利失表を用いた決定理論に関する一考察[*1]

甲南大学大学院社会科学研究科会計専門職専攻　教授　吉川　歩[*2]

概要

利失表による決定理論では代替案の選択に選択基準を用いる．既にいろいろな選択基準が提案されて用いられているが，利用されていない選択基準や利失あるいは後悔がある．本稿ではいくつかの選択基準と新しい利失および後悔の定義を示す．また利失に負値が存在する場合の取り扱い方について言及する．さらに統計処理環境の R 言語を用いて利失，後悔および選択基準を実装した例について紹介する．

キーワード：決定理論，利失表，選択基準，R 言語

1　まえがき

研究背景　経営戦略の選択などの意思決定では，将来の状況が複数存在し，かつどの状況になるかが不確定な中で，戦略を実行する前に戦略を選択しなければならない．このとき戦略をそれぞれの状況で実行した場合の利益あるいは損失が推定できるとする．この利益損失の推定値を表の形式で表したものは利失表と呼ばれる．決定理論はこの利失表を用いて戦略の選択を行う．決定理論で複数の戦略を評価し，戦略を決定するためには選択基準が利用される[木下1996, 中村1997, 飯田2005]．この利失表と選択基準を用いた決定理論に関しては，経済産業省の国家資格である情報処理技術者試験のシラバスに含まれ，ほぼ毎年出題されている[JITEC]．また経営戦略の選択だけでなく，吉川らは低解像度ナンバープレート画像の数字の識別結果の判定法にも応用している[吉川ほか2012]．これらより，いわゆる枯れた手法ではあるが，利用範囲の広さと手法としての重要性が見て取れる．

研究目的　既に利失表に対する選択基準として複数の演算が提案されているが，これらは利用可能な演算のうちの一部である[吉川2013a, 吉川2013b]．そのため現時点では利用されていない演算について定義と特徴を明らかにすることは意味がある．そこで本稿では，これまで選択基準として用いられていない演算について取り上げて，定義を示すとともにそれらの特徴について考察する．まず2章では利失表と従来から用いられている選択基準について概括する．続く3章で本稿で提案する選択基準の定義および特徴を若干の数

---

*1 A New Approach to Decision Theory with a Payoff Matrix
なお所属機関から印刷発行されている分は改行などが余分に挿入されているため，87 ページから 100 ページとなっています．この文献を引用する場合のページ数は一応 “87–100” ページとしてください．また章，節のフォーマットなどが若干違いますが，内容そのものは同じです．

*2 Ayumi Yoshikawa

値例とともに示す．そして4章では利失表に負値，いわゆる損失が含まれる場合の戦略選択に関する考察も合わせて行う．さらに5章では統計解析環境であるR言語を用いた利失，後悔の計算および選択基準の実装と処理手順，ならびに簡単な処理例を紹介する．

2 従来の選択基準

2.1 利失表の記法

利失表の記法　まず本稿で用いる利失表の記法について触れておく．m個の将来の不確定な状況(*state of nature*)を$s_j(j=1,\ldots,m)$とする．それに対してn個の取りうる戦略，つまり代替案(*alternative*)を$a_i(i=1,\ldots,n)$とする．各状況s_jのもとで代替案a_iを行った時に得られる利失(*payoff*)あるいは結果(*consequence, outcome*)の推定値をc_{ij}とする．よってこの意思決定問題の利失表は表1のように表せる．またp_jは各状況s_jの生起確率である．なおc_{ij}およびp_jはほとんど推定値であることに注意されたい．

表１　本稿で用いる利失表

		状況				
		s_1	$\ldots$	s_j	$\ldots$	s_m
生起確率		p_1	$\ldots$	p_j	$\ldots$	p_m
代替案	a_1	c_{11}	$\ldots$	c_{1j}	$\ldots$	c_{1m}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	a_i	c_{i1}	$\ldots$	c_{ij}	$\ldots$	c_{im}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	a_n	c_{n1}	$\ldots$	c_{nj}	$\ldots$	c_{nm}

後悔のマトリクス　選択基準によっては表1の利失表を直接用いるのではなく，後悔(*regret*)のマトリクスを用いるものもある．代替案選択における後悔r_{ij}は「代替案選択後に状況が確定したとき，最良の代替案の結果と選択した代替案の結果の間の差異」として(1)式により定義される．つまりある状況s_jで最良の案を選べなかった損失を表す．

$$r_{ij} = c_{ij} - \max_{i=1,\ldots,n} c_{ij} \tag{1}$$

なお文献によっては後悔を最大値からの差異により定義されている場合もあるが，本稿では(1)式を用いる．したがって後悔は必ず0以下となる．

2.2 従来の選択基準

従来の選択基準の大別　既に提案されている選択基準を大別すると①生起確率あるいは確率の概念を利用するもの，②最小値，最大値に着目するもの，③後悔量を利用するものの3種に分類することができる．①には期待値基準，*Laplace*基準が，また②にはマクシ

マックス基準，マクシミン基準，*Hurwicz*基準が，そして③にはリグレットマクシミン基準がそれぞれ該当する．なおマクシミン基準については，ミニマックス基準という表現も多くみられるが，代替案内の評価値の演算と代替案間の比較の演算で混乱を招く場合もあるため本稿ではマクシミン基準に統一する．

期待値基準　表1の利失表で何らかの方法で状況s_jの生起確率p_jが推測できるとき，各代替案を期待値により比較し，最大となる代替案を採択する方法である．(2)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\dots,n} \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot c_{ij} \tag{2}$$

*Laplace*基準　表1で生起確率p_jは推測できないが，各状況s_jが等確率で発生するとみなし，期待値基準を適用する方法である．代替案ごとに平均値を算出しているとみなしてもよいし，あるいは利失の総和を比較しているとみなすこともできる．(3)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\dots,n} \sum_{j=1}^{m} \frac{c_{ij}}{m} = \frac{1}{m} \left(\max_{i=1,\dots,n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \right) \tag{3}$$

マクシマックス基準　表1の生起確率は用いず，代替案ごとに状況間で最大の利失を求め，さらに代替案間で最大となる代替案を採択する方法である．事実上，利失表中の最大利失を与える代替案を選択していることになる．このことより楽観的選択基準とも呼ばれる．(4)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\dots,n} \cdot \max_{j=1,\dots,m} c_{ij} \tag{4}$$

マクシミン基準　表1の生起確率は用いず，代替案ごとに状況間で最小の利失を求め，さらに代替案間で最大となる代替案を採択する方法である．各代替案で得られる最小利失をもとにした選択であるため悲観的選択基準とも呼ばれる．また*Wald*基準と呼ばれることもある．(5)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\dots,n} \cdot \min_{j=1,\dots,m} c_{ij} \tag{5}$$

*Hurwicz*基準　この基準では楽観度係数(*coefficient of optimism*):$\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$を導入し，代替案内の利失の最大値の$\alpha$倍と最小値の$(1-\alpha)$倍の和を求め，さらに代替案間で最大となる代替案を採択する方法である．αが1と0のときはそれぞれ前述のマクシマックス基準，マクシミン基準に一致する．(6)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\dots,n} \left\{ \alpha \cdot \max_{j=1,\dots,m} c_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_{j=1,\dots,m} c_{ij} \right\} \tag{6}$$

リグレットマクシミン基準　この基準では表1から(1)式により後悔のマトリクスを求め，それに対して前述のマクシミン基準を適用する方法である．*Savage*基準とも呼ばれる．(1)式による後悔は2.1節で触れたように負値となる．すなわち代替案内で後悔の最小値を求めることは各代替案内でもっとも後悔の程度が大きくなるものを選んでいることに

相当する．そして代替案間で後悔の程度がもっとも小さい代替案を採択していることになる．(7)式で与えられる．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \cdot \min_{j=1,\ldots,m} r_{ij} \tag{7}$$

3　提案する選択基準

選択基準追加の基本方針　2.2節で概括した選択基準以外にも利用可能な選択基準は存在する．吉川は従来の選択基準では代替案間の評価値の比較が最大値演算のみで行われている点に着目し，例えばミニミン基準のような最小値演算を用いる方法を試みている[吉川2013a]．数学的にはまったく無意味ではないが，あえて最小となる代替案を選ぶ合理的な根拠の欠如は否めない．したがって本稿では代替案間の比較演算は従来通り最大値演算を用い，代替案ごとの状況間の演算について新たな手法を提案する[吉川2013b]．以下では，利失を直接用いる選択基準と利失から間接的に得られる後悔を用いる選択基準について詳述する．

3.1　利失に関する追加選択基準

状況内順位に基づく選択基準　代替案を決定する際には制御できない将来の状況が変化してもできるだけよい結果が得られる代替案を採択したい．この考え方は(1)式で与えられる後悔のマトリクスを利用した選択基準で従来は扱われてきた．本稿ではいわゆる選び損ないではなく，想定した状況と異なったとしても良好な選択となることを積極的に表す量を(8)式で計算する．

$$o_{ij} = \begin{cases} 1 & c_{ij} = \max\limits_{i=1,\ldots,n} c_{ij} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{8}$$

(8)式は状況s_j内で各代替案が一番よいかどうかを定量化していることになる．この順位量o_{ij}を用いて次の(9)式の順位期待値基準および(10)式の順位$Laplace$基準を導入する．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot o_{ij} \tag{9}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} \frac{o_{ij}}{m} \tag{10}$$

また順位量の最大値演算は(11)式により与えられる．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \cdot \max_{j=1,\ldots,m} o_{ij} \tag{11}$$

なお順位量の最小値演算は選択基準として導入するメリットがほとんどないため，ここでは扱わない．

3.2　後悔に関する追加選択基準

選択基準追加の基本方針　利失を直接利用した選択基準に比べて，後悔のマトリクスを利用した選択基準は(7)式のリグレットマクシミン基準以外はあまり利用されていない．しかしながら飯田が示唆しているように(1)式の後悔について(7)式のリグレットマクシミン基準以外の基準を用いることは可能である[飯田2005]．ただし中村が指摘しているように，利失c_{ij}と後悔r_{ij}に関する期待値基準の選択結果は一致する[中村1997]．これは次のように示すことができる．ある代替案a_iに対する後悔期待値基準は(12)式の左辺で与えられる．

$$\sum_{j=1}^{m} p_j \cdot r_{ij} = \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot c_{ij} - \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot \max_{i=1,\ldots,n} c_{ij} \tag{12}$$

(12)式の右辺第2項はiによらず一意であるため，後悔の期待値基準は利失の期待値基準の(2)式にバイアス項が加わったにすぎない．当然，*Laplace*基準も期待値基準の特殊事例であるため，同様の結果となる．よって本稿ではこれらを除いた選択基準について考察する．

リグレットマクシマックス基準　後悔に関する1つ目の選択基準の追加は，利失と同様マクシマックス基準および楽観度係数を用いた*Hurwicz*基準の後悔への適用である．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \cdot \max_{j=1,\ldots,m} r_{ij} \tag{13}$$

(13)式のリグレットマクシマックス基準はいずれかの状況で最大利失を与える代替案を選択することになる．通常は複数の代替案が該当するため，さらに何らかの基準で選択する必要がある．なおリグレットマクシマックス基準の結果は(11)式の順位量マクシマックス基準の結果と一致する．

リグレット*Hurwicz*基準　(14)式のリグレット*Hurwicz*基準は利失に関する*Hurwicz*基準と同様，楽観度係数αによりリグレットマクシマックス基準とリグレットマクシミン基準を案分することで与えられる．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \left\{ \alpha \cdot \max_{j=1,\ldots,m} r_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_{j=1,\ldots,m} r_{ij} \right\} \tag{14}$$

レンジ補正後悔基準　ここで次のような例を考えてみよう．例えば状況s_1の代替案a_1, a_2, a_3に対応する利失c_{11}, c_{21}, c_{31}はそれぞれ$20, 10, 0$，状況s_2に対する利失c_{12}, c_{22}, c_{32}はそれぞれ$0, 100, 400$であったとする．ここからそれぞれの後悔を求めるとr_{11}, r_{21}, r_{31}は$0, -10, -20$，r_{12}, r_{22}, r_{32}は$-400, -300, 0$となるため，(7)式のリグレットマクシミン基準を適用すると$-400, -300, -20$より代替案a_3が選ばれることになる．しかしながら状況間の利失のレンジを比較するとs_1が20であるのに対し，s_2は400となっている．現実の意思決定の状況でもこのような利失のレンジの極端な差異が生じる場合もある．この例ではs_1に比べs_2の後悔のレンジが大きいため，事実上s_2のみで決定されてしまっている．そこで利失のレンジの影響を補正した後悔として(15)式のレンジ補正後悔量を導入する．

$$q_{ij} = \frac{r_{ij}}{\max\limits_{i=1,\ldots,n} c_{ij} - \min\limits_{i=1,\ldots,n} c_{ij}} \tag{15}$$

例えば先の例は(15)式で評価するとq_{11}からq_{32}は順に$0, -0.5, -1, -1, -0.75, 0$となる．これらにリグレットマクシミン基準を適用すると$-1, -0.75, -1$となるため，代替案a_2が選ばれる．また通常の後悔の場合は先にも示したように期待値基準が利失を用いたものと同じ結果となる．しかしながらこのレンジ補正後悔量の場合は一般に一致しないため，レンジ補正リグレット期待値基準も意味を持つ．レンジ補正リグレットマクシミン基準は(16)式，レンジ補正リグレット*Hurwicz*基準は(17)式，レンジ補正リグレット期待値基準は(18)式，そしてレンジ補正*Laplace*基準は(19)式となる．なお，マクシマックスに関しては(13)式の結果と一致するため定義していない．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \cdot \min_{j=1,\ldots,m} q_{ij} \tag{16}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \left\{ \alpha \cdot \max_{j=1,\ldots,m} q_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_{j=1,\ldots,m} q_{ij} \right\} \tag{17}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot q_{ij} \tag{18}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} \frac{q_{ij}}{m} \tag{19}$$

最大値補正後悔基準　補正後悔量としては(15)式のレンジで補正を行うもの以外に最大値で補正する方法も考えられる．例えば最大値1000に対する990と最大値20に対する10を同じ差が10と扱うのは重みが異なるという見方である．つまり前者はほぼ同じで後者は差があるとという捉え方を後悔量に反映させるというものである．そこで利失の最大値を考慮した後悔として(20)式の最大値補正後悔量を導入する．ただし分母は必ず正とする．

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}}{\max\limits_{i=1,\ldots,n} c_{ij}}, \text{ただし} \max_{i=1,\ldots,n} c_{ij} > 0 \tag{20}$$

例えば，先の例では前者の990の差-10は-0.01，後者の10の差-10は-0.5と換算され，重みの違いが明確になる．この最大値補正後悔量はリグレットマクシミン基準，リグレット期待値基準ともに利用可能である．ただし最大値で割るためにすべての状況での最大値が正でなければならない．したがって(21)式を満足する必要がある．

$$\min_{j=1,\ldots,m} \cdot \max_{i=1,\ldots,n} c_{ij} > 0 \tag{21}$$

最大値補正リグレットマクシミン基準は(22)式，最大値補正リグレット*Hurwicz*基準は(23)式，最大値補正期待値基準は(24)式，そして最大値補正*Laplace*基準は(25)式となる．レンジ補正と同様の理由から，マクシマックス基準は定義していない．

$$\max_{i=1,\ldots,n} \cdot \min_{j=1,\ldots,m} w_{ij} \tag{22}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \left\{ \alpha \cdot \max_{j=1,\ldots,m} w_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_{j=1,\ldots,m} w_{ij} \right\} \tag{23}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} p_j \cdot w_{ij} \tag{24}$$

$$\max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{m} \frac{w_{ij}}{m} \tag{25}$$

4　利失に損失が混在する場合

代替案選択の必然性の有無　意思決定で考慮する条件の1つに代替案を選択する必然性の有無がある．つまり状況ごとの代替案から利失表を作成した結果がどのようであれ，必ずいずれかの代替案を選択せざるをえないのか，あるいは場合によっては選択しないという意思決定が認められているのかである．前者の場合はここまで提案してきた手法により選択すればよい．ここでは後者でかつ利失に損失が混在する場合について考察する．

表 2　代替案選択が必然でない場合に対応した利失表

		状況				
		s_1	$\ldots$	s_j	$\ldots$	s_m
生起確率		p_1	$\ldots$	p_j	$\ldots$	p_m
代替案	a_1	c_{11}	$\ldots$	c_{1j}	$\ldots$	c_{1m}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	a_i	c_{i1}	$\ldots$	c_{ij}	$\ldots$	c_{im}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	a_n	c_{n1}	$\ldots$	c_{nj}	$\ldots$	c_{nm}
	a_0	0	$\ldots$	0	$\ldots$	0

利失に損失が部分的に存在する場合　意思決定に用いる利失表に負値で表される損失が存在する場合は将来の状況によっては代替案を実行することにより損失が生じる可能性があることを示している．この場合「損失が生じる可能性があるならばどの代替案も選択しない」という結論に至ることもある．ただ表1の利失表では「どの代替案も選択しない」という案は導かれない．そこで「どの代替案も選択しない」を表すための方法として，表2のようにすべての状況s_jに対して利失が0，つまり$c_{0j} = 0(j = 1, \ldots, m)$となるダミーの代替案$a_0$を利失表に追加する．

代替案非選択が機能する条件　非選択の代替案a_0がある場合，ある代替案a_iが選択されない条件は期待値基準，*Laplace*基準の場合(26)式，マクシマックス基準，マクシミン基準，*Hurwicz*基準の場合(27)式，リグレットマクシミン基準の場合(28)式でそれぞれ与えられる．

$$\sum_{j=1}^{m} p_{ij} \cdot c_{ij} < 0 \tag{26}$$

$$\alpha \cdot \max_{j=1,\ldots,m} c_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_{j=1,\ldots,m} c_{ij} < 0 \tag{27}$$

$$\min_{j=1,\ldots,m} r_{ij} < - \max_{j=1,\ldots,m} \cdot \max_{i=0,\ldots,n} c_{ij} \tag{28}$$

(28)式の左辺はa_0を追加する前の後悔を用いればよい．なお(28)式は次のように誘導できる．

$$r_{0j} = c_{0j} - \max_{i=0,\ldots,n} c_{ij}$$

より

$$\min_{j=1,\ldots,m} r_{0j} = \min_{j=1,\ldots,m} \left\{ - \max_{i=0,\ldots,n} c_{ij} \right\} = - \max_{j=1,\ldots,m} \cdot \max_{i=0,\ldots,n} c_{ij}$$

となり，(28)式の右辺が得られる．

5 R 言語による実装

5.1 R 言語による実装の特徴

R言語による実装の特徴　既に利用されている選択基準および本稿で新たに提案した選択基準，ならびに利失，後悔を統計処理環境の一つであるR言語[R-project]を用いて実装した例を以下で示す．決定理論の実装はExcelなどに代表される表計算ソフト，いわゆるスプレッドシートを用いることも可能である．ただし表計算ソフトの場合には，利失表の行列の行数と列数の変更の際の処理が煩瑣になるという欠点がある．これに対してR言語の場合は表計算ソフトに比べ行数，列数を気にすることなく処理が可能である．またR言語がフリーウェアであること，Windows，MacOSX，Linuxなどの主要なOSで共通して利用可能なことも大きなメリットである．

5.2 R 言語による実装例

利失・後悔の計算　ここでは表1の利失表の利失c_{ij}と生起確率p_jのみを利用者が入力するものとする．まず最初に(1)式で与えられる後悔および3章で提案した(8)式，(15)式，(20)式でそれぞれ与えられる順位量o_{ij}，レンジ補正後悔量q_{ij}，最大値補正後悔量w_{ij}を求める関数を定義する[*3]．利失の行列mtを引数として各量を求める関数は以下のように定義できる．戻り値は行列となる．

- 後悔

```
Regrets = function(mt) sweep(mt, 2, apply(mt, 2, max))
```

- 順位量

```
OrderValue = function(mt) (Regrets(mt) >= 0)*1
```

[*3] 紙幅の都合，R 言語の関数の説明は割愛する．詳しくは関連資料を参照されたい [R-project].

- レンジ補正後悔量

```
RangeModRegrets = function(mt){
  sweep(Regrets(mt), 2, apply(mt, 2, max) - apply(mt, 2,
    min), FUN="/")
}
```

- 最大値補正後悔量

```
MaxModRegrets = function(mt){
  if(min(apply(mt,2,max)) > 0)
    sweep(Regrets(mt), 2, apply(mt, 2, max), FUN="/")
}
```

代替案ごとの評価値の計算　選択基準を適用する際には，上記で計算された利失・後悔の行列を用いて代替案a_iごとに評価値を計算し，それらを代替案間で比較して最大値を与える代替案を決定する．そこで(2)式，(3)式，(4)式，(5)式，(6)式の代替案に関する最大値を除いた部分を定義する．利失あるいは後悔の行列をmt，生起確率をp，楽観度係数をaとすると以下のように定義できる．戻り値は名前付き数値ベクトル形式となる．

- 期待値

```
ExpectVal = function(mt,p){
  apply(sweep(mt, 2, p, FUN="*"), 1, sum)
}
```

- *Laplace*

```
Laplace = function(mt) apply(mt, 1, mean)
```

- マックス

```
Max = function(mt) apply(mt, 1, max)
```

- ミン

```
Min = function(mt) apply(mt, 1, min)
```

- *Hurwicz*[*4]

```
Hurwicz = function(mt,a){
  if(length(a) > 1){
    temp = matrix(0, ncol=length(a), nrow=dim(mt)[1])
```

[*4] なお *Hurwicz* に関しては楽観度係数 a が単独の数値であっても，数値列（ベクトル）であっても対応可能なようにしている．

```
        rownames(temp) = rownames(mt)
        colnames(temp) = paste(a)
        for(i in 1:length(a)){
          temp[,i] = a[i] * Max(mt) + (1-a[i]) * Min(mt)
        }
      }
      else temp = a * Max(mt) + (1-a) * Min(mt)
      return(temp)
    }
```

代替案間の最大値の計算　代替案ごとの評価値の計算と代替案間の最大値の計算を分離しているため，代替案間の最大値を求める計算は共通して利用できる．代替案間の最大値の計算は次のように定義できる．

- マクシ

```
Maxi = function(mt) mt[which(mt == max(mt))]
```

元々の利失・後悔の行列の行名(rownames)に代替案名が定義されている場合は代替案名を"*names*"属性とする名前付き数値が，定義されていない場合は値のみが戻り値となる．最大値を取る代替案が複数となった場合はベクトルとして返される．

5.3　R 言語による演算例

R言語による演算例　上記で定義した関数を用いて演算を行った一例を次に示す．以下の例では，利失をcという4行×4列の行列に代入し，それぞれ行名と列名を設定している．また状況の生起確率をpのベクトルに代入している[*5]．

```
> c = matrix(c(40,30,20,10,-10,20,30,60,20,35,20,35,27,27,27,27),↵
+ nrow=4, ncol=4, byrow=T)↵
> rownames(c) = paste("a", 1:4, sep="")↵
> colnames(c) = paste("s", 1:4, sep="")↵
> p = c(0.4, 0.3, 0.2, 0.1)↵
> c↵
    s1 s2 s3 s4
a1  40 30 20 10
a2 -10 20 30 60
a3  20 35 20 35
```

[*5] なお "↵" はキーボードから Enter キーを入力していることを表す．また行頭の ">" および "+" はプロンプトであり入力する必要はない．

```
a4  27 27 27 27
```

次の例は後悔量を計算しrという行列に代入している.

```
> r = Regrets(c)↵
> r↵
    s1  s2  s3  s4
a1   0  -5 -10 -50
a2 -50 -15   0   0
a3 -20   0 -10 -25
a4 -13  -8  -3 -33
```

この後悔量を用いてリグレットマクシミン基準により代替案を求める例は次のようになる.

```
> Min(r)↵
 a1  a2  a3  a4
-50 -50 -25 -33
> Maxi(Min(r))↵
 a3
-25
```

代替案名の取出しは次のようにすればよい.

```
> attr(Maxi(Min(r)),"names")↵
[1] "a3"
```

なお代入せずに次のように書いても同じ結果となる.

```
> Maxi(Min(Regrets(c)))↵
 a3
-25
```

また例えば(12)式で示した利失と後悔に関する期待値基準の選択結果が一致することも確認できる.

```
> ExpectVal(c,p)↵
a1 a2 a3 a4
30 14 26 27
> Maxi(ExpectVal(c,p))↵
a1
30
> ExpectVal(r,p)↵
```

```
   a1     a2     a3     a4
 -8.5 -24.5 -12.5 -11.5
> Maxi(ExpectVal(r,p))↵
  a1
-8.5
```

6 まとめ

得られた結果　決定理論で用いられる利失・後悔および選択基準について，状況s_j内での順位に着目した順位量を用いる選択基準，後悔のマトリクスに*Hurwicz*基準を適用する選択基準，さらに補正した後悔のマトリクスを利用する選択基準を提案し，若干の数値例を示し特徴を示した．また利失に負値が含まれており代替案の選択が必須でない場合に非選択のダミー代替案を用いる方法を提案した．そして非選択の代替案が有効に機能する条件を代表的な選択基準について示した．さらにR言語による実装についても紹介した．

なお本稿で示した個々の選択基準はそれぞれ着目する特徴が異なる．例えばある利失表に対する結果が選択基準間で異なる場合には，どのような条件を重視するかを意思決定者が的確に判断する必要があることを示唆する．

今後の課題　本稿では選択基準の提案に主眼を置いたが，選択基準間相互の関係について比較を行う必要がある．特に恒等的に同じ結果となる不要な選択基準の有無を明らかにする必要がある．それともに実データに対して適用し，選択基準間の特徴も明らかにしたい．これらについては別の機会に報告したい．

また利失表を用いた意思決定で見落とされがちなのは，c_{ij}を明確な数値として推定することが難しい点ある．今後は利失がファジィ数として与えられたときに今回提案した選択基準を適用した場合についても検討していきたい．

参考文献

[木下1996]　木下栄蔵: わかりやすい意思決定論入門, pp.5–9, 近代科学社, 1996

[中村1997]　中村雅章: 経営意思決定手法の基礎, pp.147–155, 同友館, 1997

[飯田2005]　飯田耕司: 意思決定分析の理論, pp.153–158, 三恵社, 2005

[JITEC]　情報処理技術者試験センター： http://www.jitec.jp/

[吉川ほか2012]　吉川歩，木田勇次，門野浩二，辻広生，藤田和弘: 低解像度ナンバープレート数字識別規則の改良ー第7報ー, 日本法科学技術学会誌, Vol.17(Supplement), pp.101, 2012

[吉川2013a]　吉川歩: 利失表を用いた決定理論における選択基準の比較, 日本経営システム学会全国研究発表大会講演論文集, pp.32–35, 2013

[吉川2013b]　吉川歩：利失表を用いた決定理論の選択基準に関する考察，第29回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.153–156，2013

[R-project]　　Rプロジェクトウェブページ： http://www.r-project.org/index.html