言語表現された主観的程度の定量化に関する研究

1992年9月

吉川　歩

目　　次

第1章　序論

1.1　言語表現を用いた程度の伝達

我々は，例えば「彼は非常に背が高い」のように，言葉を使って対象のもつ属性の程度を表現することがよくある．この例文の“ 非常に ”のような程度を修飾する言葉は言語ヘッジ[Zadeh 1973]と呼ばれる．本論文では，言語ヘッジを用いて程度を表現すること，あるいは表現された程度を言語表現と呼ぶ.

この言語表現は，対象のもつ属性の主観的な程度を他者あるいは自分に対して明示するために用いられる．**図1-1**は言語表現により対象の程度を他者へ伝える過程を示したものである．まず話し手は，対象のもつ属性の主観的な程度を判断し，そしてそれを表現するための言葉を自分の語彙の中から選択する．一方聞き手は送られてきた言葉を認識し，そして自分の語彙を用いてその程度を理解する[寺野　1981]．この図からもわかるように，実際に送られているのは記号としての言葉であり，言葉の意味ではない．そのため話し手と聞き手の間で対象の程度が完全に一致することはほとんどないが，日常的なコミュニケーションは成立している．これは言葉が広がりをもった範囲を指し示しているために，両者の意味の間に一致する部分が存在することによる．このことがコミュニケーションを円滑に行う上で大きな役割を果たしている[Hersh & Caramazza 1976 ; 菅野 1989].

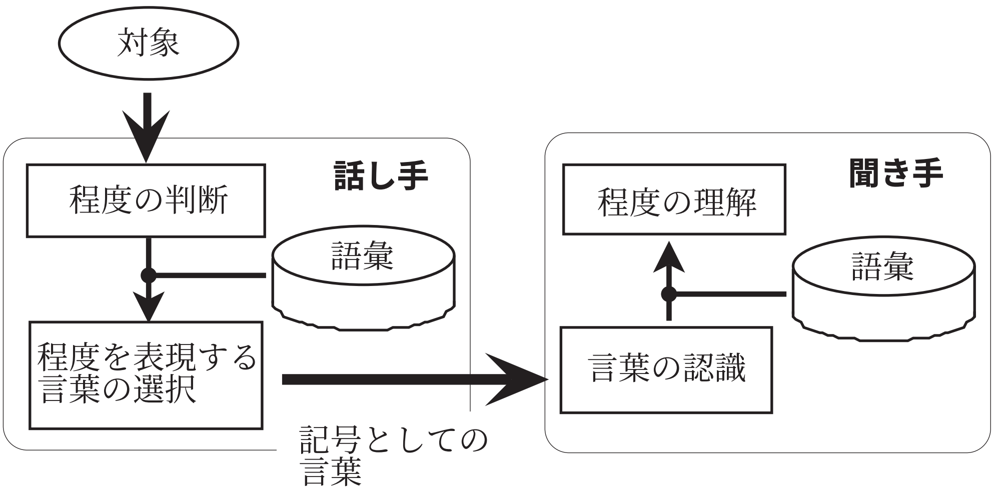


図1-1　言葉を用いた程度の伝達：言葉を用いて対象のもつ属性の程度を他者に伝えるためには，話し手はまずその程度を判断し，それを表現するための言葉を自分の語彙の中から選択する．一方この言葉を受け取った聞き手はそれを認識し，自分の語彙を用いて対象の程度を理解する．このとき両者の間で受け渡されているものは，正確には記号としての言葉であり，その示している意味ではない．

しかしながら，一見コミュニケーションがうまく行われているように見えても，言語表現によって伝達された程度をそれ以外の手段で話し手にフィードバックさせたときに，微妙な意味の違いに気づくことも多い．とくにその程度が大きい場合にはコミュニケーションを阻害する原因になり，最悪の場合には事故を引き起こすこともある[Zwick & Wallsten 1989]．このような問題を回避するためには，話し手と聞

き手の間の意味の違いを示す必要がある．このためには言語表現を両者の間に共通の“物差し(尺度)”を使って定量化することができればよい．

また言語表現は，日常的なコミュニケーション以外の場面でも用いられている．例えば，心理学では言語表現を主観的な程度を測定するためのカテゴリーとして利用している[ギルホード　1959]．また工学では，システムや計算機の操作法，あるいは人間とのインタフェースとして利用されることが期待されている[向殿　1990]．これらの用途では，言語表現された程度は，定量化されなければ意味をなさない．このような事例からも，言語表現された主観的な程度の定量化法が重要であることが理解できる．

1.2　言語表現および程度表現の定量化に関する従来の研究

言語表現された主観的な程度を定量化するためには，図1-1に示した話し手の行動に含まれる三つの要素を扱う方法が必要である．それらは，

①主観的な程度を外部に表現するための言葉を選択する方法

②言葉の意味の境界に存在する不明瞭さ(以後ベイグネスと呼ぶ)を表現する方法

③対象の物理的な程度から主観的な程度を判断した際に，その主観的な程度に含まれる幅を表現する方法

である．これらの各方法が，従来の研究の中においてどのように扱われてきたかを，以下に示す．

まず主観的な程度を表現するための言葉を選択する方法は，心理尺度構成法に関する研究の中で扱われている．心理尺度構成法の一つであるカテゴリー尺度図と系列範疇法[注]を組み合せた方法[ギルホード 1959]では，言語カテゴリーを物差しとして主観的な程度を測定し，系列範疇法によりその定量化を行う．そこで用いられているカテゴリーは，例えば「非常に背が高い」のように言語ヘッジと評価属性から構成されているので，使用される言語ヘッジの数が固定されているという制約はあるが，この方法は言語表現された主観的な程度を定量化しているとみなすことができる．

この系列範疇法のもととなるモデルには，次の四つの仮定が設けられている．

①カテゴリーの選択は，カテゴリーの境界と主観的な程度を比較することにより行われる

②その主観的な程度の判断は確率的な変動を受けるため，反復評定した際の評定結果は正規分布に従う

③カテゴリーの境界は明確に定まっている

④刺激の物理量と主観的な程度は一対一に対応する

このうち①と②の仮定はカテゴリー判断の法則[例えば，ギルホード　1959]と呼ばれ，主観的な程度を言葉により表現するための一つの方法を与えている．しかし残りの二つの仮定のために，言葉，すなわちカテゴリーのベイグネスと判断された主観的な程度に含まれる幅を扱うことができない．したがって，本論文の目的とする言語表現の定量化に適しているとは言い難い．

また言葉のベイグネスはファジィ集合論[Zadeh 1965]によって扱われてきた．言葉の意味を定義する方法の一つに，その言葉で表される概念(集合)に属している対象を列挙する方法がある[薮内 1988]．しかしこの方法で定義した場合，それに属するか，属さないかが明確に判断できない対象が存在することが多い．この完全に属する対象と属さない対象の間がベイグネスと呼ばれる不明瞭さをもった範囲となる．従来の集合論では，要素には集合に属する(1)か属さないか(0)の二つの状態しか認められていなかったため，このようなベイグネスは扱うことができなかった．これに対してファジィ集合論では，要素が集合に属する程度(所属度)を“完全に属さない”から“完全に属する”に対応した[0,1]区間の実数値により表現する．したがって各要素に対する所属度を定めることによって，言葉のベイグネスを表現することができる．

多くの研究者が，ファジィ集合を用いて言語ヘッジで修飾された言葉の形状，すなわち意味を表現する研究を行っている[Hersh & Caramazza 1976 ; 竹村 1990 ; 竹内 1990, 1991a, b]．また"very"のようによく応用される言語ヘッジをファジィ集合に対する演算子と考え，それらを単純な関数で近似する研究も数多くなされている[Zadeh 1973 ; Hersh & Caramazza 1976 ; Maciver-Whelan 1978 ; 江澤他 1990 ; 江澤,馬野 1991]．しかしこれらの研究は，言語ヘッジで修飾された言葉の意味をファジィ集合によって同定することを目的としており，同定された言語ヘッジを物差しとして対象が属性をもつ程度を定量化するという研究は行われていないようである．

さらに主観的な程度に含まれる幅も，ファジィ集合として扱うことができる．Heskethら[1988a,b]は，対象の主観的な程度を回答させるときに，その程度の幅をファジィ集合として尺度図上に回答させるファジィグラフ評定尺度法を提案している．この方法は多くの研究者により使用されており[竹村 1990, 1991 ; 竹内 1990, 1991a, b ; 有田 1991]，主観的な程度に含まれる幅を扱うことができる方法として認められている．しかしこの方法は言葉を介さず直接主観的な程度を求める方法であるため，言語表現された程度の定量化にそのまま使用することはできない．

このように従来の研究は，言語表現された程度の定量化を行うために必要な方法を個別に取り扱っていることがわかる．したがって，本論文が目的とする定量化を行うためには，三つの方法を統合する必要がある．

1.3　本論文の内容および構成

本論文の目的は，

①カテゴリー尺度図によって測定された評定結果を，カテゴリーのベイグネスおよび主観的な程度に含まれる幅を考慮して定量化する方法を導くこと

②カテゴリー尺度法を用いた主観的な程度の測定法が，他の方法に比べて劣っている点を改善すること

にある．

ここで心理尺度構成法を研究対象として選んだのは，次に示す二つの理由による．

一つは，カテゴリー尺度図は使用可能な言語表現の数が制限されているので，言語表現された主観的な程度を定量化する一般的な方法の基礎を与えるのに適していることが挙げられる．またもう一つは，従来の系列範疇法に替る新しい心理尺度構成法が必要とされているからである．すでに系列範疇法の問題点として，カテゴリーのベイグネスおよび主観的な程度に含まれる幅を扱えないことは指摘した．これらに加えて，一回の評定結果から主観的な程度を定量化することができないという制約がある．とくに工学分野でこの方法を適用する場合に，この制約が問題となる．そこで，まず新しい心理尺度構成法を導出するために，幅をもった主観的な程度からカテゴリーを選択する過程のモデル[吉川,西村 1991a]を提案する．次にこの新しい評定判断過程のモデルをもととして，カテゴリーの心理尺度構成を行うファジィ範疇法[吉川,西村 1991b, 1992a, b]を導出する．

またカテゴリー尺度図を用いた測定において問題となる点は次の二点である．一つは，選択された離散的なカテゴリーを用いるために，ファジィグラフ評定尺度法に比べて，ファジィ範疇法から得られた心理尺度値がその真値を近似する能力が低いという欠点がある．以下，尺度構成を行うことによって得られた心理尺度値の推定値がその真値を近似する能力を，心理尺度値の表現力と呼ぶ．またもう一点，一般にカテゴリー尺度を用いた測定では，二つのカテゴリーの“間(あいだ)”の評定を認めていないため回答の自由度が小さいという欠点がある．しかしカテゴリー尺度図には，日常的な言語表現を使って評価が行えるという大きな利点がある．したがってこれらの欠点を補うことができれば，本提案のファジィ範疇法の応用範囲を拡大することができる．そこで本論文では回答の自由度と心理尺度値の表現力を改善するために二つの新しい方法を提案する．一つは，二つのファジィ集合の“間”を表現するBetween集合[吉川 1992a]をカテゴリーの“間”の表現に用いる方法である．これによりカテゴリー尺度図の“目盛”の粗さを改善する．もう一つは，カテゴリーの異なる複数の尺度図によって測定された結果を合成する多重尺度図法[吉川,西村 1991b]である．

表1-1　本論文で扱う問題とそれに対して提案された方法：本論文で取り扱われる主要な問題とそれを扱うために提案された手法をまとめたものである．また各手法が論じられている章も示してある．

本論文で扱う問題	本論文で提案する手法	該当する章
主観的な程度の幅とカテゴリーのベイグネスを考慮した評定判断過程のモデル	ファジィ理論を用いた評定判断過程のモデル	§.4
上記のモデルをもとにした心理尺度構成法	ファジィ範疇法	§.5
カテゴリー尺度図の回答の自由度の改善	Between集合	§.3と§.5
カテゴリー尺度図を用いた測定から得られた心理尺度値の表現力の改善	多重尺度図法	§.6

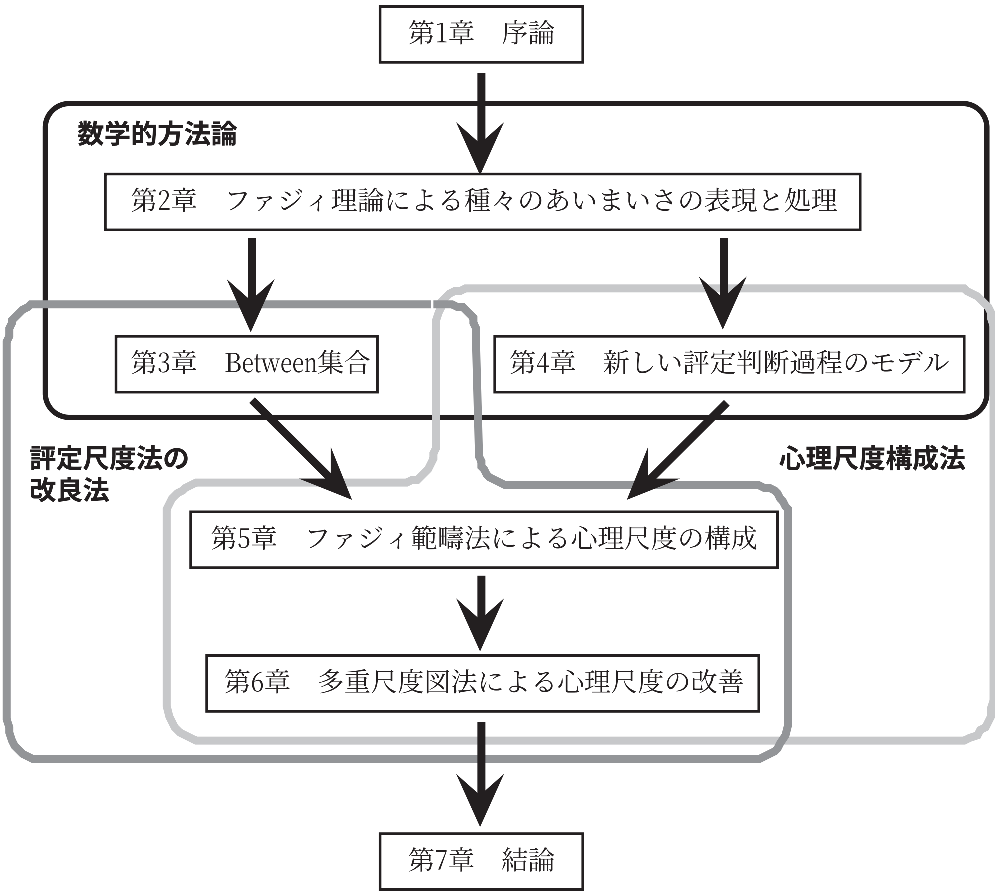


図1-2　本論文の構成：全体として7章から構成されているが，大きく分けると数学的方法論を扱う2から4章，心理尺度構成法を扱う4から6章そして評定尺度法の改良法を扱う3および5，6章の三つから構成されている．

以下の章では，**表1-1**に示したような四つの問題を扱う．そしてこれらの各問題に対して提案されている方法を詳述し，これらの方法の妥当性あるいは有効性を検証実験の結果にもとづいて論ずる．また各章の関係は**図1-2**のようになる．

第2章では，他の研究者によって行われた結果をもとに，ファジィ集合論とファジィ論理についてまとめている．これらの理論は，以下の章でカテゴリーのベイグネスや主観的な程度に含まれる幅を表現し，処理するための数学的な基礎を与える．

第3章では，二つのファジィ集合の“間”の集合を表現するBetween集合を定義し，その定義から導かれる数学的性質を明かにしている．そして他の合成演算による“間”の集合との比較を行い，Between集合が“間”の表現として優れていることを示している．さらにBetween集合による“間”の表現が主観的な“間”の判断と矛盾しないことを，心理実験によって検証している．

第4章では，ファジィ理論にもとづく新しい評定判断のモデルについて詳述している．このモデルでは，カテゴリーのベイグネスおよび主観的な程度に含まれる幅はそれぞれファジィ集合として表現され，そして程度を表すカテゴリーの選択には真理値限定規則が利用されると仮定している．そして“くじの当選確率”と“身長”の主観的な高さを刺激に用いた心理実験を行い，このモデルの妥当性を検証している．

第5章では，新しい心理尺度構成法であるファジィ範疇法について論じている．まず従来の系列範疇法について説明した後，第4章のモデルをもとにファジィ範疇法を導出している．このモデルで真理値限定により得られた命題の真理値を“unitary true”と仮定すると，カテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値がカテゴリーの心理尺度値の推定値となることを示している．この性質を利用して，尺度構成を行っている．そしてファジィ範疇法の妥当性および有効性を明かにするために，“点の多さ—少なさの印象”をカテゴリー尺度とファジィグラフ評定尺度を用いて測定している．この結果から，ファジィ範疇法とファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値の間に線形関係が成立すること，およびファジィ範疇法から得られた心理尺度値が間隔尺度に関する二つの公理を満足することを検証している．また第3章で提案したBetween集合が，二つのカテゴリーの“間”の表現として有効であることについても述べている．

第6章では，ファジィ範疇法から得られる心理尺度値の表現力を改善する方法である多重尺度図法について述べている．この方法の原理とここで用いる2種の合成法の種類について説明した後，第5章の実験結果に対して多重尺度図法を適用している．そして，2種の合成法および合成する尺度図の本数が表現力の改善に与える効果について検討を行っている．この結果から，2本の尺度図から得られた心理尺度値をmax合成する方法が表現力の改善度とコストから推奨されることを導いている．

最後に第7章では，一連の研究を通して得られた成果をまとめている．そして最後に本論文で残された課題について述べている．

[注]　系列範疇法という用語は，順序関係が定まったカテゴリーを用いて対象の主観的な評定を行い，その評定結果をもとにカテゴリーの間の心理学的に意味のある距離を求め，さらにそれを用いて各対象の心理尺度値を推定するという一連の処理を指すこともあるが[ギルホード　1959]，本論文では評定結果から間隔尺度を構成し，心理尺度値を推定する処理を示す用語として用いる．また対象の評定を行う部分はこれと区別して，評定尺度法，またはカテゴリー尺度法と呼ぶ．

第2章　ファジィ理論による種々のあいまいさの表現とその処理

2.1　緒言

ファジィ理論はファジィ集合論，ファジィ論理，ファジィ測度論の総称である[浅居　1987]．これらは，いずれもファジィネスと呼ばれるあいまいさを扱う数学的な理論である．ファジィ集合論は特性のよくわかっている要素が境界が不明瞭な領域に含まれる程度を扱う理論であるのに対し，ファジィ測度論は境界が明瞭な領域に特性のよくわからない要素が含まれる程度を扱う理論である[菅野　1989]．またファジィ論理は従来の二値論理を多値に拡張したのものである[Zadeh　1975b]．つまりファジィ集合は要素の関数として，ファジィ測度は領域の関数として，そしてファジィ論理は数値的な真理値の関数としてそれぞれあいまいさを表現する．後の章であたらためて述べるように，本論文で扱うカテゴリーのベイグネスと主観的な判断の幅はいずれもファジィ集合によって表現できる．またカテゴリーを選択する判断過程のモデルは，ファジィ論理により記述することができる．

そこで本章では，

①カテゴリーのベイグネスと主観的な程度の幅を扱うための方法であるファジィ集合号論とその演算について説明を行うこと，

②カテゴリー選択のモデルの中で用いられるファジィ論理とその演算について説明を行うこと

を目的とする．

以下では，ファジィ集合論とファジィ論理のそれぞれについて，後の章で利用される数学的な性質および演算を中心に説明を行う．評定判断過程のモデルや心理尺度値の推定法の導出，さらにその妥当性や有効性を検証するために用いられるファジィ集合とファジィ論理それぞれについて，あいまいさの表現方法，基本的な演算，およびメンバシップ関数の形状に関する指標を簡単な例を用いて説明する．またファジィ集合を同定する際に用いられるα–カットと分解定理，あるいはモデルの記述に重要な役割を果たす真理値限定規則についても取り上げる．

2.2　ファジィ集合とその演算

2.2.1 ファジィ集合

ファジィ集合は，言葉の意味や概念の定義にみられるあいまいさを扱うためにZadeh[1965]によって提唱された理論であり，従来の集合論を拡張したものとなっている．従来の集合論では各要素の取りうる状態は，ある集合に“属する(1)”か“属さない(0)”かの二値であった．この集合はファジィ集合に対してクリスプ集合(“*fuzzy*”の反意語としての“*crisp*”)と呼ばれる[水本　1988a]．しかしこのクリスプ集合では言葉の意味や概念の定義を正しく表すことはできない．例えば“若者”の集合を考えてみると，10歳の人は完全に属していることや100歳の人は完全に属していないことは明かであるが，40歳の人は属しているとも属していないとも断言し難い．ク

リスプ集合では，このように二値で表現することができない対象は集合でないとして排除してきた.

このクリスプ集合に課せられた二値の制約を除いたものがファジィ集合である．これでは各要素に認められた取りうる状態は[0,1]実数連続値(単位区間)に拡張されている．そしてこの実数値はその要素がある集合に属する程度(所属度あるいはメンバシップ度と呼ばれる)を表している．したがって先の例の“若者”の集合の場合，**図2-1**のように，年齢を要素としてその各要素について所属度を決定することにより，この集合を定義することができる.

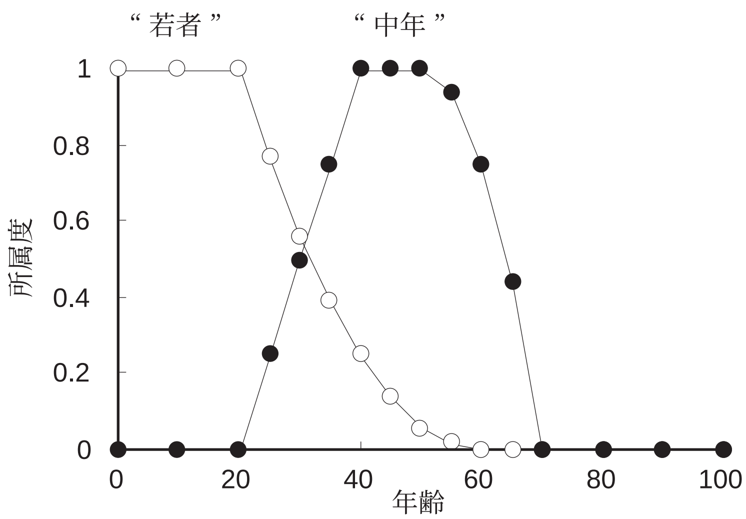


図2-1　ファジィ集合の例：図中○で示したのが“若者”(2-5)式，●で示したのが“中年”(2-6)式のメンバシップ関数である．横軸は年齢，縦軸は所属度である．データ点の年齢は(2-4)式の全体集合に対応する

しかしこの所属度は一意に決定されるものではない．要素によって構成される全体集合，個人差，あるいは言葉や概念が使われる文脈などの影響を受けて変化する．つまり所属度は主観的に決定される．このことはファジィ集合の大きな特長であるが，その反面その決定法に理論的な裏付けのないことに対する批判もある[仁木 1991]. また[0,1]実数連続値を用いて事象の確からしさを扱う理論として確率理論があるが，これが扱っているのは事象が発生する以前にその事象を予測することによって生じる不確定さである[菅野　1989]．例えば，さいころを投げる前には「1の目が出る」確率は1/6であるが，投げた後には0か1かに確定する．しかし言葉の意味のあいまいさは，たとえそれが使われた後でもなくならない．例えば40歳の男性が若者である程度が0.25であるということは，100人の40歳の男性を集めたときにその中の25人が若者であるということではない[山下 1992]．すなわちファジィ集合が扱っているあいまいさは，その対象がもっている本質的なあいまいさである.

次にファジィ集合の表記法について説明する．全体集合X上のファジィ集合Aを要素xによって表現する方法には次の二つの方法がある[水本 1988a]

$$\mathrm{A} = \int_{\mathrm{X}} \mu_{\mathrm{A}}(x) / x \tag{2-1}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \mu_{\mathrm{A}}(x_i) / x_i = \mu_{\mathrm{A}}(x_1) / x_1 + \mu_{\mathrm{A}}(x_2) / x_2 + \cdots + \mu_{\mathrm{A}}(x_n) / x_n \tag{2-2}$$

$$= [\mu_{\mathrm{A}}(x_1) \quad \mu_{\mathrm{A}}(x_2) \quad \cdots \quad \mu_{\mathrm{A}}(x_n)] \tag{2-3}$$

(2-1)式は要素が連続値をとる場合であり，(2-2)式は離散値の場合である．いずれの場合も要素とそれに対応する所属度の組によって表記される．上式中の“∫”, “∑”, “+”の記号は通常の数学で用いられているような意味はなく，単に集合の構成要素と所属度の組を並べているという“or”の意味をもっている．また“/”は所属度と要素を分離するために使われ，セパレータと呼ばれる．(2-1)式あるいは(2-2)式のように，所属度が要素xの関数$\mu_A(x)$として記述されたものをメンバシップ関数(あるいは所属度関数)と呼ぶ．とくに要素が明らかな場合には，(2-3)式のように要素を省略してベクトル表現を行うこともある．図2-1の“若者”および“中年”のファジィ集合を上記の3種の方法で表すと次のようになる．ただし離散全体集合Xは[0,100]の連続全体集合をサンプリングした(2-4)式である．

$$\mathrm{X} = \{0, 10, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80, 90, 100\} \tag{2-4}$$

$$\text{“若者”} = \int_0^{20} 1/x + \int_{20}^{60} \left(\frac{x-60}{40}\right)^2 / x + \int_{60}^{100} 0/x \tag{2-5a}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{0} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{0.77}{25} + \frac{0.56}{30} + \frac{0.39}{35} + \frac{0.25}{40} + \frac{0.14}{45} + \frac{0.06}{50} \\ &+ \frac{0.02}{55} + \frac{0}{60} + \frac{0}{65} + \frac{0}{70} + \frac{0}{80} + \frac{0}{90} + \frac{0}{100} \end{aligned} \tag{2-5b}$$

$$= [1\ \ 1\ \ 1\ \ 0.77\ \ 0.56\ \ 0.39\ \ 0.25\ \ 0.14\ \ 0.06\ \ 0.02\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0] \tag{2-5c}$$

$$\text{“中年”} = \int_0^{20} 0/x + \int_{20}^{40} \frac{x}{20} - 1/x + \int_{40}^{50} 1/x + \int_{50}^{70} 1 - \left(\frac{x-50}{20}\right)^2 / x + \int_{70}^{100} 0/x \tag{2-6a}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0}{0} + \frac{0}{10} + \frac{0}{20} + \frac{0.25}{25} + \frac{0.5}{30} + \frac{0.75}{35} + \frac{1}{40} + \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{0.94}{55} + \frac{0.75}{60} \\ &+ \frac{0.44}{65} + \frac{0}{70} + \frac{0}{80} + \frac{0}{90} + \frac{0}{100} \end{aligned} \tag{2-6b}$$

$$= [0\ \ 0\ \ 0\ \ 0.25\ \ 0.5\ \ 0.75\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0.94\ \ 0.75\ \ 0.44\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0] \tag{2-6c}$$

本論文では集合を表現する場合には立体文字を，そして要素あるいはメンバシップ関数を表現する場合には斜体文字を用いる．

またクリスプ集合は，取りうる所属度が{0,1}の二値に限定されているとみなすことができるので，ファジィ集合の特殊な場合として扱うことができる．

2.2.2 ファジィ集合演算

ファジィ集合にも，クリスプ集合と同様，共通集合，和集合，差集合あるいは補集合などの演算が定義されている[Zadeh 1965]．クリスプ集合との違いは，一種類の合成集合に対して複数の演算が定義されていることである．これらの演算により合成

される集合のうち，共通集合は概念や命題の合接，和集合は離接，そして補集合は否定をそれぞれ表現しているとされている[山下,山下 1989]．そして人間の行う判断とこれらの演算による結果を比較することにより，各演算の妥当性や有効性や演算に適した対象の条件などが検討されている[Hersh & Camarazza 1976；山下,山下 1989]．しかし本論文では各演算の妥当性や有効性の問題には立ち入らず，後の章で用いる演算の定義と計算例を示すのにとどめる．

共通集合に関する演算としてマックス演算(論理和)，代数和，限界和が，また和集合に関するものとしてミニ演算(論理積)，代数積，限界積が，そして差集合に関するものとして絶対差，限界差が定義されている．ここではこれらに補集合演算(否定)を加えた9種の演算について示す．各演算を表記する記号は，研究者によって異なっており統一がとれていないが，本論文では基本的に水本[1987]の表記法に従うものとする．

●マックス，ミニ演算：マックス演算およびミニ演算はそれぞれ(2-7),(2-8)式のように定義される．この二つの演算は双対関係にある．これらの演算は，演算に用いる集合の一方の所属度によって合成集合の所属度が決定されるという特徴がある．マックス，ミニ演算は，認知的あるいは論理的な合接，離接の判断をそれぞれよく近似しているとされる[山下,山下 1989]．

$$\mu_{max(\mathrm{A,B})}(x) \equiv max[\ \mu_{\mathrm{A}}(x)\ ,\ \mu_{\mathrm{B}}(x)] \tag{2-7}$$

$$\mu_{min(\mathrm{A,B})}(x) \equiv min[\ \mu_{\mathrm{A}}(x)\ ,\ \mu_{\mathrm{B}}(x)] \tag{2-8}$$

図2-1の“若者”と“中年”を例としてそれぞれの合成集合を図示したものが**図2-2**である．ただし簡略化のため(2-5b),(2-6b)式の離散表現されたファジィ集合に関する所属度のみを示してある．これらの例で示した合成集合は共通集合が“若者かつ中年”，そして和集合が“若者または中年”を表している．

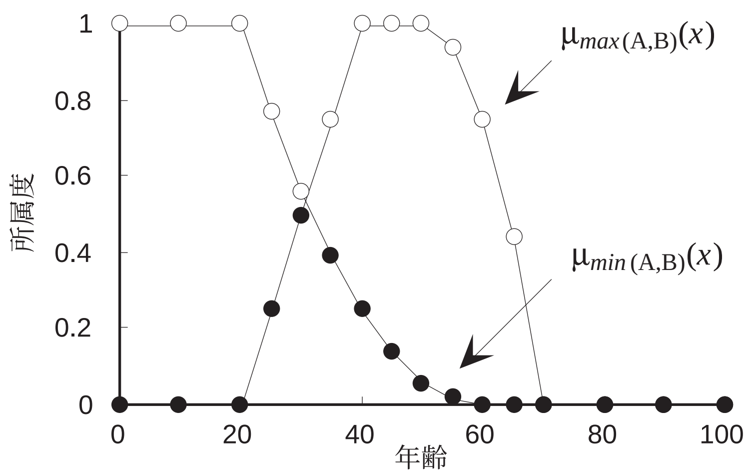


図2-2　ファジィ集合に対するマックス，ミニ演算の例：図中○で示したのはマックス演算，●で示したのはミニ演算の結果である．簡略化のため“若者”=A,“中年”=Bと置き換えている．図より合成集合の所属度が一方の集合の所属度により決定されることがよくわかる

本項では共通集合および和集合を与える三つの演算について説明しているが，以降で単に共通集合あるいは和集合と称した場合はミニ，マックス演算を指しているものとする．

●代数和，代数積演算：代数和演算および代数積演算はそれぞれ(2-9),(2-10)式のように定義される．マックス演算とミニ演算と同様に，この二つの演算も双対関係にある．これらの演算は先の二つの演算と異なり，合成集合の所属度は二つの集合の所属度を使って決定される．またこの代数和，代数積演算は知覚的な合接および離接の判断をよく近似しているとされる[山下,山下 1989]．Zadehの文献[1965]では，代数和は算術和((2-9)式で右辺の論理積のマイナス項のない形)を指していたが，現在では(2-9)式を指す名称として用いられている．

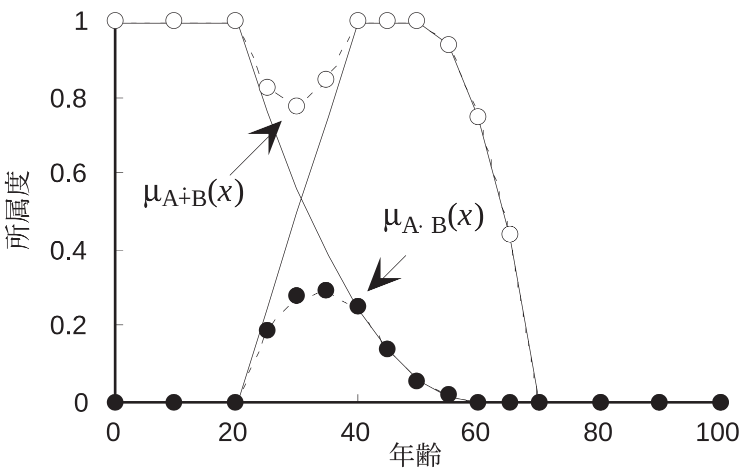


図2-3　ファジィ集合に対する代数和，代数積演算の例：図中○で示したのが代数和演算，●で示したのが代数積演算の結果である．変化の様子が理解しやすいように破線で結んである

$$\mu_{A \dotplus B}(x) \equiv \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \tag{2-9}$$

$$\mu_{A \cdot B}(x) \equiv \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \tag{2-10}$$

“若者”と“中年”を例として，それぞれの合成集合を図示したものが**図2-3**である．図2-2と同様に，離散表現されたものについてのみ示してある．

●限界和，限界積：限界和演算および限界積演算はそれぞれ(2-11),(2-12)式のように定義される．限界和演算はそのままの形の算術和演算ではその結果が1を越えて所属度としての意味をもたなくなるために，最大値が1となるように制限していると解釈できる．限界積演算はこの限界和演算の双対演算として定義されているので，積は含んでいないがこの名称がつけられている．また**図2-4**はこれらの演算例である．

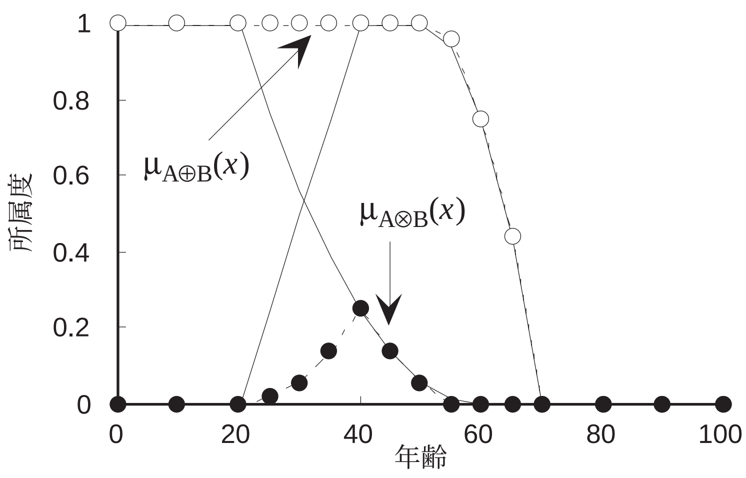


図2-4　ファジィ集合に対する限界和，限界積演算の例：図中○で示したのが限界和演算，●で示したのが限界積演算の結果である．30歳のとき算術和では1を越えるが限界和では1に置き換えられていることがわかる．

$$\mu_{A \oplus B}(x) \equiv min\,[1,\ \mu_A(x) + \mu_B(x)] \qquad (2\text{-}11)$$

$$\mu_{A \otimes B}(x) \equiv\ max[0,\ \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1] \qquad (2\text{-}12)$$

●絶対差，限界差：絶対差演算および限界差演算はそれぞれ(2-13), (2-14)式のように定義される．絶対差演算は二つの集合の所属度の差の絶対値として定義される．また限界差演算は算術差演算の結果が負値となり所属度として意味をもたなくなる場合があるので，その最小値が0になるように制限していると解釈できる．この限界差の記号はDubois & Prade[1980]に従っている．絶対差演算の例を**図2-5**に示した．

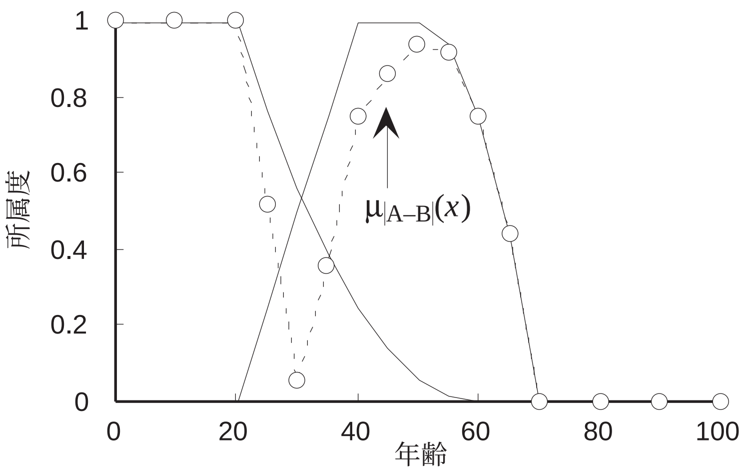


図2-5　ファジィ集合に対する絶対差演算の例：図中○で示したのが絶対差演算の結果である．31歳付近で所属度が0になっていないのは，離散データに対する結果を破線で結んであるためである

$$\mu_{|A-B|}(x) \equiv |\,\mu_A(x) - \mu_B(x)| \qquad (2\text{-}13)$$

$$\mu_{A|-|B}(x) \equiv\ max[0,\ \mu_A(x) - \mu_B(x)] \qquad (2\text{-}14)$$

●補集合：補集合演算は(2-15)式のように1から所属度を減じたものとして定義される．この演算は自己双対になっている．また**図2-6**は，この演算により“若者”という集合に対して“若者でない”という集合を求めた例である．

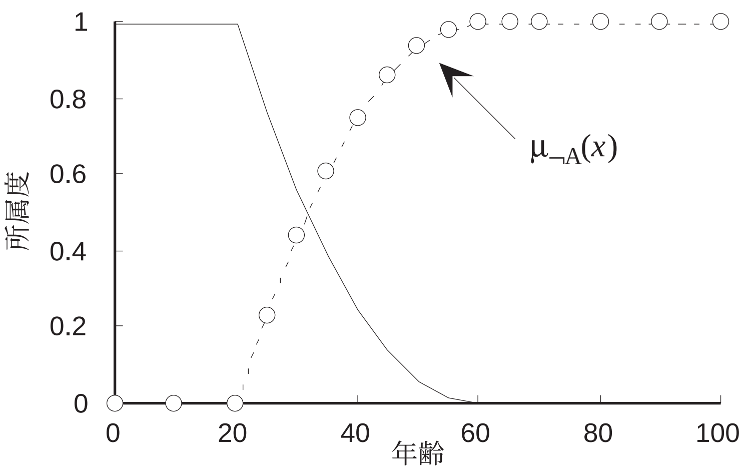


図2-6　ファジィ集合の補集合の例：図中○で示したのがファジィ集合の補集合である．これは“若者でない”を表す集合として解される

$$\mu_{\neg A}(x) \equiv\ 1 - \mu_A(x) \qquad (2\text{-}15)$$

2.2.3 ファジィ集合の形状と集合間の関係

本項では，ファジィ集合の形状および集合間の関係に関する指標および演算の中から，本論文で用いるものについてその定義を示し，解説を行う．

まずファジィ集合の形状に関するものについて取り上げる．先にも触れたように，ファジィ集合の満たすべき条件は，全体集合上の各要素に単位区間内の所属度が対応することだけであるが，この他に次に示す条件を満たすものについては特別な名称が与えられている．

●**空集合**：全体集合上のすべての要素で所属度が0となるファジィ集合を空集合と定義する[Zadeh 1965].

●**正規ファジィ集合**：全体集合上の少なくとも一つの要素において所属度が1となるファジィ集合を正規ファジィ集合と呼ぶ[Zadeh 1975a].

●**凸ファジィ集合**：(2-16)式で示す条件を満たすファジィ集合を凸ファジィ集合と呼ぶ[Zadeh 1965].

$$min[\mu(x_1)\ ,\ \mu(x_2)] \leq \mu(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2) \qquad {}^{\forall}x_1,{}^{\forall}x_2 \in \mathrm{X}\ ,\ 0 \leq \lambda \leq 1 \tag{2-16}$$

正規ファジィ集合と凸ファジィ集合の一例を**図2-7**に示す．ファジィ集合が正規性と凸性を満たすと仮定することにより，式あるいは演算が簡略化される場合が多いため，これらの性質は重要である．またそのような理由から実際の応用においても，これら二つの仮定が採用されることが多い．したがって本論文でも正規凸ファジィ集合を扱うものとし，正規性や凸性を満たすことを強調する場合を除いては，ファジィ集合という名称は正規凸ファジィ集合を指すものとする．

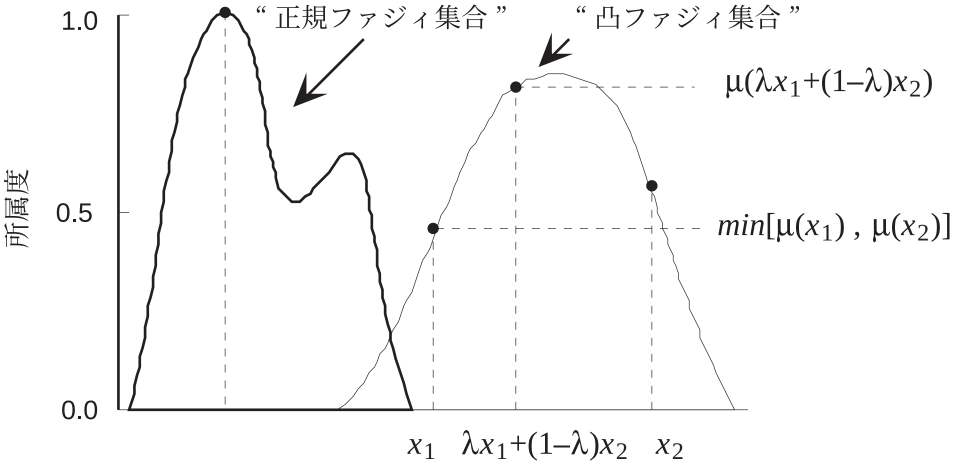


図2-7　正規ファジィ集合と凸ファジィ集合の例：図中左側が正規ファジィ集合，右側が凸ファジィ集合である．この例の正規ファジィ集合は非凸であり，凸ファジィ集合は非正規である

ファジィ集合の形状に関する演算として，α–カット，凸化，言語ヘッジの三つを取り上げる．

●**α-カット**：ファジィ集合Aについて(2-17)式を満たすクリスプ集合をα–カット(厳

密には弱α–カット)と呼ぶ[菅野 1987].

$$A_\alpha \equiv \left\{ x \mid \mu_A(x) \geq \alpha \right\} = \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha) \right] \quad \alpha \in (0,1] \tag{2-17}$$

$$\chi_{A_\alpha}(x) \equiv \begin{cases} 1 & \mu_A(x) \geq \alpha \\ 0 & \mu_A(x) < \alpha \end{cases}$$

またα–カットはα–レベル集合とも呼ばれる．この集合は(2-17)式からもわかるようにクリスプ集合であり，ある所属度α以上となる全体集合上の区間を表している．特にαが>0であるとき，そのレベル集合は台集合と呼ばれる．

このα–レベル集合を用いて連続な凸ファジィ集合を分解あるいは合成することができる．(2-18)式は分解定理と呼ばれる．また“∪”は和集合を求める演算である．

$$A = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha A_\alpha = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} min[\alpha \, , \chi_{A_\alpha}(x)] \tag{2-18}$$

つまり**図2-8**に示したように，α∈(0,1]の各レベル集合の特性関数$\chi_{A\alpha}(x)$にそのレベルαを掛けたものすべての論理和を求めることにより，ファジィ集合が合成できることを示している．この性質はファジィ集合を同定する際に，個々の要素に対する所属度を求めるという方法以外に，ある所属度をとる要素の範囲を求め，それを合成するという方法が可能であることを示している．本論文でも後の章において，後者の方法によりファジィ集合の同定を行っている．

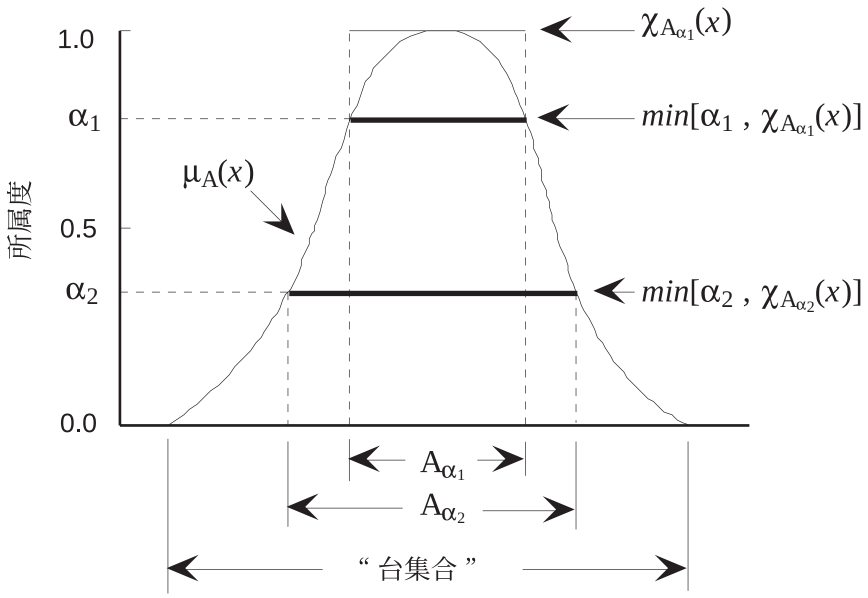


図2-8　α-カットと分解定理の説明：α–カットはファジィ集合が所属度α以上となる範囲である．このα–カットの中でα>0のものを台集合と呼ぶ．このα–カット集合とそのレベルαとのミニ演算により得られた集合のマックス演算により，ファジィ集合が分解あるいは合成できる．これが分解定理である．

●凸化：非凸ファジィ集合を凸化する演算を凸化演算と呼ぶ．凸化演算はHeskethら[1988b]により定義されているが，この演算は二つの三角形型正規ファジィ集合に対

するもので，それ以外のものに対しては使いづらい．そこで本論文では一般のファジィ集合に適用可能な(2-19)式による定義を採用する．

$$\mu(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2) = \lambda\mu(x_1) + (1-\lambda)\mu(x_2) \ ; \lambda \in [0,1] \tag{2-19}$$

ここで

$$min[\mu(x_1),\mu(x_2)] > \mu(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2) \ ; {}^{\forall}\lambda \in [0,1]$$

つまり(2-19)式は，(2-16)式の凸性を満たさない要素の所属度を，線形補間により得られた所属度で置き換えることを意味している．

●言語ヘッジ：“非常に”などの程度を表現する副詞を言語ヘッジと呼ぶ[Zadeh 1973]．言語ヘッジで形容詞や名詞などを修飾すると，その意味を変化させることができる．これは，ファジィ集合論では，言語ヘッジをファジィ集合に作用させてその形状を変化させることに相当する．つまり言語ヘッジは所属度を変換する関数とみなすことができる．

とくに応用上よく用いられる言語ヘッジについては，その機能を簡単な関数形によって近似する研究が多くなされている[Zadeh 1973 ; Hersh & Caramazza 1976 ; Maciver-Whelan 1978 ; 江澤他 1990 ; 江澤,馬野 1991]．例えば，Zadeh[1973]では“very”の作用を(2-20)式により定義している．これを用いて先の“若者”に“非常に”を作用させた“非常に若い人”の例を示した．

$$very\ \mathrm{A} \equiv \{\mu_{\mathrm{A}}(x)\}^2 \tag{2-20}$$

$$\text{“非常に若い人”} = \int_0^{20} 1^2 / x + \int_{20}^{60} \left\{\left(\frac{x-60}{40}\right)^2\right\}^2 / x + \int_{60}^{100} 0^2 / x$$

しかし本論文では言語ヘッジの作用がどのような関数形で近似されるかということは扱わず，言語ヘッジ＋形容詞あるいは名詞という集合が，もとの形容詞や名詞のファジィ集合を言語ヘッジで修飾することにより得られるという機能にのみ注目し，利用する．

次にファジィ集合間の関係を表現する言葉の定義や指標および，その演算について説明する．関係を表現する言葉としてファジィ集合の相等，包含関係，互いに素，直交性および直積を取り上げる．

●ファジィ集合の相等：二つのファジィ集合A,Bの所属度が，全体集合上のすべての要素で一致するとき，二つのファジィ集合は等しい(A=B)と定義する[Zadeh 1965]．

●ファジィ集合の包含関係：ファジィ集合A,Bにおいて(2-21)式が成立するときに，AがBに含まれる(A⊆B)と定義する[Zadeh 1965]．

$$\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B} \Leftrightarrow \mu_{\mathrm{A}}(x) \le \mu_{\mathrm{B}}(x) \qquad {}^{\forall}x \in \mathrm{X} \tag{2-21}$$

●互いに素：二つのファジィ集合の共通集合が空集合であるとき，二つの集合は互いに素であると定義する[Zadeh 1965].

●直交性：ファジィ集合A_1, A_2, …, A_nの間に(2-22)式が成り立つときに，これらに直交関係が成り立つと呼ぶ[Dubois & Prade 1980]．ただし“∑”は，通常の数学で用いられている総和を表している．

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x) = 1 \qquad \forall x \in X \tag{2-22}$$

●直積：ファジィ集合A_1, A_2, …, A_nの直積$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$は(2-23)式により定義される[Dubois & Prade 1980].

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = min[\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \cdots, \mu_{A_n}(x_n)] \tag{2-23}$$

つまりn個のファジィ集合によってn次元空間を構成したときに，その任意の座標$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$における所属度は，それを構成するn個の所属度$\mu_{A_i}(x_i)$の中の最小のものとして与えられることを示している．この定義はn項間の演算の定義するために用いられる．

またファジィ集合間の関係を表す指標として，一致度，類似度そして包含度の三つが定義されている[Dubois & Prade 1980].

●一致度：二つのファジィ集合A,Bの一致度M(A,B)は，(2-24)式のようにAとBの共通集合の所属度の最大値として定義される．ただし“*sup*”は上限を求める演算である．

$$M(A,B) = \sup_{x \in X} min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \tag{2-24}$$

類似度および包含度の定義を与える前に，それに用いる濃度と相対濃度の定義を示す[Dubois & Prade 1980]．ファジィ集合Aが有限集合であるとき，Aの濃度は(2-25)式で表される．ここで“*supp*(A)”は台集合であり，“∑”は通常の数学で用いられている総和を表している．またAが連続集合のときには，メンバシップ関数の面積を表しているとみなすことができる．

$$|A| \equiv \sum_{x \in supp(A)} \mu_A(x) \tag{2-25}$$

さらに全体集合Xが有限集合であるならば相対濃度が定義でき，(2-26)式で表される．つまりAの濃度をXの濃度で正規化したと解される．また連続集合の場合には面積比を表している．

$$\|A\| \equiv \frac{|A|}{|X|} \tag{2-26}$$

●類似度：二つのファジィ集合A,Bの類似度S(A,B)は，相対濃度を用いて(2-27)式の

ように定義される.

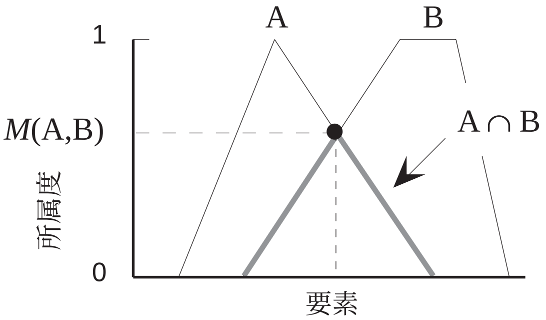
$$S(\mathrm{A,B}) = \frac{\|\mathrm{A} \cap \mathrm{B}\|}{\|\mathrm{A} \cup \mathrm{B}\|} \tag{2-27}$$

これは，全体集合上の位置も含めた意味で，AとBの二つのファジィ集合の形状がどの程度似ているかを表す指標であり，共通集合が和集合に占める割合として表されている．AとBが完全に一致したとき，指標の値は1になる．またこの指標は，研究者によっては相似度と呼ばれることもある.

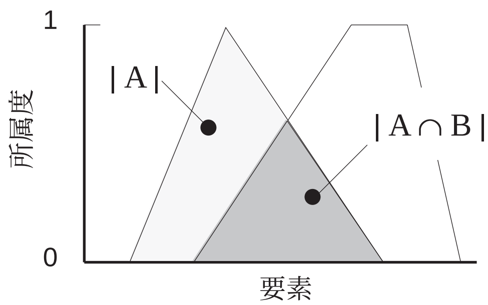
●包含度：二つのファジィ集合A,Bにおいて，AがBに含まれる程度(包含度)I(A;B)は，(2-28)式のように定義される.

$$I(\mathrm{A;B}) = \frac{\|\mathrm{A} \cap \mathrm{B}\|}{\|\mathrm{A}\|} \tag{2-28}$$

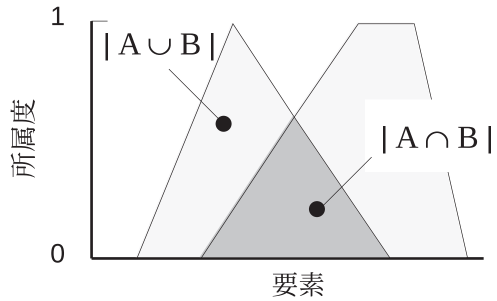
集合Aの中に占める共通集合の割合により与えられる．AがBに完全に含まれるとき，指標は値1を取る.



(a) 一致度



(b) 包含度



(c) 類似度

図2-9　二つのファジィ集合の関係を表す指標：図aの一致度は二つのファジィ集合の共通集合の所属度の最大値により与えられる．図bの包含度はAがBに含まれている程度を表しており，Aの相対濃度に占める共通集合の相対濃度の比により与えられる．図cの類似度は和集合に占める共通集合の相対濃度の比により与えられる.

これら三つの指標の定義を図示したものが**図2-9**である．またDuboisとPradeの文献[1980]には，上記の指標以外にも類似度および包含度を与える指標が，それぞれいくつか定義されている．しかしそれらは(2-27),(2-28)式のように相対濃度の比の形でないため，もとの二つのファジィ集合の相対濃度の大きさの影響を受けて，指標の値が変化するために好ましくない．よって本論文では上記の三つの指標を後の章で新しい尺度構成法の妥当性や有効性を検証するために用いるものとする.

本項の最後に拡張原理[Zadeh 1965]と呼ばれる重要な概念について説明する．これまで扱ってきたものは所属度に関する演算であったが，ここで取り上げるのは要素に関する演算を行ったときに，その演算によって得られた新しい要素に対する所属度を決定する方法である．要素を関数によって変換すると，もとの複数の要素が変換後に一つの要素に写像されることがある(多対1対応)．この場合には変換後の要素の所属度をもとの複数の要素の所属度から決定しなければならない．このための方法を与えるのが拡張原理である．

次のような例を用いて，その概念を説明する．今“ 4ぐらい ”と“ 1ぐらい ”を表すファジィ集合が，それぞれ(2-29)式のように定義されているとする．ただし簡略化のために全体集合は整数全体とする．また繁雑になるのを避けるために，所属度が0となる要素は省いてある．この二つのファジィ集合から“ 4ぐらい–1ぐらい ”を表すファジィ集合を求めてみる．ここで注意すべきことは，まず減算は(2-13)や(2-14)式のように所属度に作用するのではなく，要素に作用することである．さらに演算によって得られる要素に対する所属度は(2-23)式の直積によって決定されることである．この二点を考慮して演算を行うと(2-30a)式が得られる．これを整理した(2-30b)式を見ると，要素2,3,4に対しては複数の所属度が対応していることがわかる．この式中の“+”は2.2.1で述べたように和集合を表しているので，その和集合の演算にマックスを用いると(2-30c)式のように書ける．その結果(2-30d)式が得られる．同式を見ると要素3で所属度1をとり，“ だいたい3ぐらい ”を表していることがわかる．

$$\text{“ 4ぐらい ”} = \frac{0.6}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.5}{5} \tag{2-29a}$$

$$\text{“ 1ぐらい ”} = \frac{0.4}{0} + \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} \tag{2-29b}$$

“ 4ぐらい - 1ぐらい ”

$$= \frac{min[0.6,0.4]}{3-0} + \frac{min[1,0.4]}{4-0} + \frac{min[0.5,0.4]}{5-0} + \frac{min[0.6,1]}{3-1} + \frac{min[1,1]}{4-1}$$

$$+ \frac{min[0.5,1]}{5-1} + \frac{\mathrm{min}[0.6,0.5]}{3-2} + \frac{\mathrm{min}[1,0.5]}{4-2} + \frac{\mathrm{min}[0.5,0.5]}{5-2} \tag{2-30a}$$

$$= \frac{0.4}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.4}{5} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.5}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} \tag{2-30b}$$

$$= \frac{0.5}{1} + \frac{max[0.6,0.5]}{2} + \frac{max[0.4,1,0.5]}{3} + \frac{max[0.4,0.5]}{4} + \frac{0.4}{5} \tag{2-30c}$$

$$= \frac{0.5}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.4}{5} \tag{2-30d}$$

これからわかるように，ファジィ集合を変数とする写像によって得られるファジィ集合を求めるためには，まず直積の所属度を計算し，さらに一つの要素に複数の要素が対応する場合には，それらの所属度の最大値を新しい所属度とすればよい．一般にn個のファジィ集合A_1, A_2, ⋯, A_nを変数とする写像fに関する拡張原理を表すと(2-31)式のようになる[Dubois & Prade 1980]．この拡張原理は次節で扱うtype-2ファジィ集

合に関する演算を行う際にも利用できる．

$$\mu_{f[A_1,A_2,\cdots,A_n]}(y) \equiv \begin{cases} \sup\limits_{y=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)} \{min[\mu_{A_1}(x_1),\mu_{A_2}(x_2),\cdots,\mu_{A_n}(x_n)]\} & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \tag{2-31}$$

2.3　ファジィ論理とその演算

2.3.1 ファジィ論理

ファジィ論理は命題や判断に含まれる真理値のあいまいさを扱うために提案された理論である[Zadeh 1975b]．この中には，従来の二値論理の拡張となっているファジィ論理と，さらにそれを拡張したファジィ値論理が含まれる．前者は真理値を[0,1]区間の実数値(数値真理値)として表現するもので，いわゆる無限多値論理と呼ばれるものである．また真理値を数値真理値の区間によって表現したものは，区間真理値と呼ばれる．一方後者は前者と異なり，数値真理値を全体集合として定義されたファジィ集合により表現される．とくに“非常に真”のように，言葉によって表すことができるときには，言語真理値と呼ばれる．**図2-10**(a)にファジィ論理の数値真理値，(b)に区間真理値，(c)にファジィ値論理の言語真理値の各例を示す．この場合，数値真理値は0.6を，区間真理値は0.4から0.7を，ファジィ値真理値は“非常に真”と“約0.2”をそれぞれ表している．

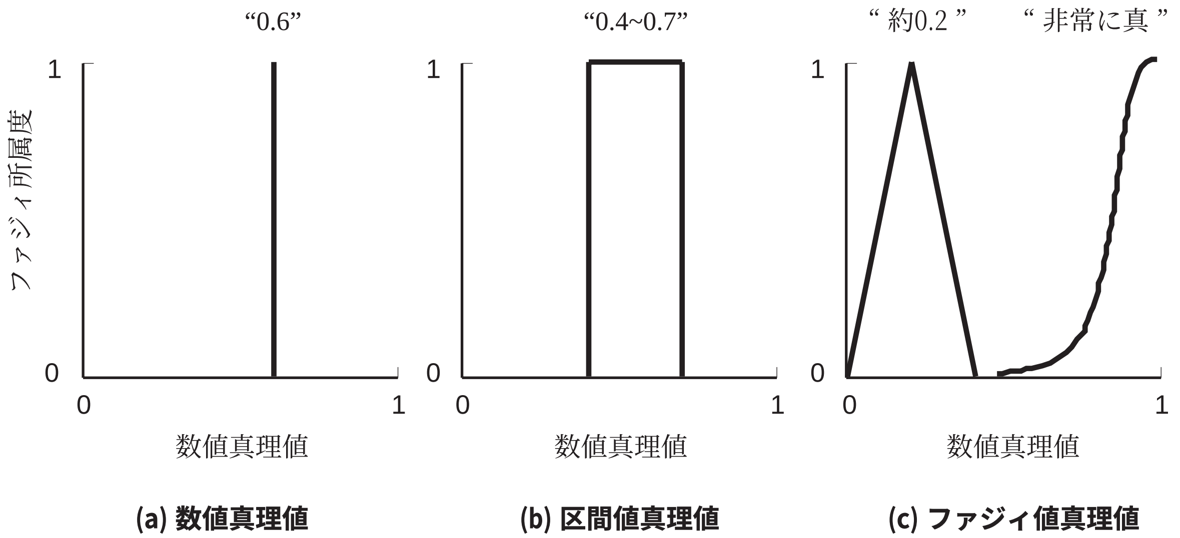


図2-10　ファジィ論理の真理値の例：ファジィ論理の真理値の3種の例を示した．(a)は数値真理値で数値真理値の全体集合上の一点として表現される．(b)は区間真理値でクリスプ集合(区間)として表現される．そして(c)はファジィ値真理値でファジィ集合として表現される．とくに“非常に真”のように言語ヘッジを用いて表現されるものは言語真理値と呼ばれる

ファジィ集合とファジィ論理は全く異なったものではなくて，両者の間には密接な関係がある．例えば，前節で用いた図2-1の例はいろいろな年齢の人(要素)が“若者”という集合に属している程度を表していると解釈すれば，縦軸の値は所属度で

ある．ところがここで見方を変えて縦軸の値が“ある年齢の人が若者である”という命題の真理値を表していると解釈すれば数値真理値になる．したがって，ファジィ集合論における所属度とファジィ論理における数値真理値は，対象の見方が異なるだけで同じものを表してるとみなすことができる[山下,山下　1989]．この性質は暗黙のうちに用いられていることが多いが，非常に重要な性質である．

2.3.2 type-2ファジィ集合

本項では言語真理値を定義する際に必要なtype-2ファジィ集合とその演算について述べる．ファジィ値論理の言語真理値は数値真理値を全体集合とするファジィ集合であることと，この数値真理値はファジィ集合の所属度とみなすことができることはすでに述べた．これらよりファジィ値真理値は，通常のファジィ集合の所属度がさらにメンバシップ関数として定義されたものであることがわかる．このようにファジィ集合によって所属度が表現されているファジィ集合はtype-2ファジィ集合と呼ばれる[水本 1988a]．そしてこの所属度をファジィ所属度，またそのメンバシップ関数をファジィメンバシップ関数と呼ぶ．これに対して，通常のファジィ集合はtype-1ファジィ集合と呼ばれる．

このtype-2ファジィ集合の演算は，α–カットあるいは拡張原理を使って定義される[水本 1988a]．ここでは補集合，共通集合，和集合の演算の定義を示す．まず最初にα–カットを使って求める方法について説明する．ある要素xに関するファジィ所属度のα–カットは，(数値)所属度t上の下限値，上限値を用いた区間$[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]$として表現できる．したがって，この区間に対して演算を行った後，(2-18)式によって合成すればファジィ所属度を求めることができる．またファジィ所属度の間の演算は，前節で触れた要素に関する演算と考えることができる．したがって(2-31)式の拡張原理によりファジィ所属度を求めることができる．二種の方法による補集合，共通集合，和集合に関する演算を(2-32)から(2-37)式に示す．

$$\nu_{\mu_{max[\mathrm{A,\,B}]}(x)}(t) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot\left[max[a_1(\alpha),b_1(\alpha)]\,,\,max[a_2(\alpha),b_2(\alpha)]\right] \tag{2-32}$$

$$\nu_{\mu_{min[\mathrm{A,\,B}]}(x)}(t) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot\left[min[a_1(\alpha),b_1(\alpha)]\,,\,min[a_2(\alpha),b_2(\alpha)]\right] \tag{2-33}$$

$$\nu_{\mu_{\neg\mathrm{A}}(x)}(t) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot\left[1-a_2(\alpha),\,1-a_1(\alpha)\right] \tag{2-34}$$

$$\nu_{\mu_{max[\mathrm{A,\,B}]}(x)}(t) = \sup_{t\,=\,max[t_\mathrm{A},\,t_\mathrm{B}]}\left\{min[\nu_{\mu_\mathrm{A}(x)}(t_\mathrm{A}),\nu_{\mu_\mathrm{B}(x)}(t_\mathrm{B})]\right\} \tag{2-35}$$

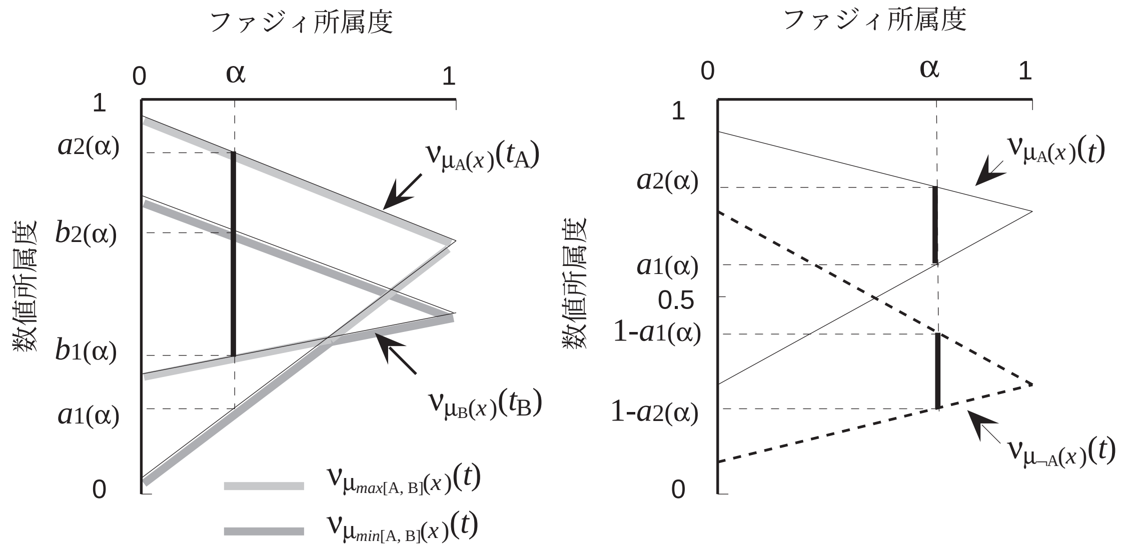
$$\nu_{\mu_{min[\mathrm{A,\,B}]}(x)}(t) = \sup_{t\,=\,min[t_\mathrm{A},\,t_\mathrm{B}]}\left\{min[\nu_{\mu_\mathrm{A}(x)}(t_\mathrm{A}),\nu_{\mu_\mathrm{B}(x)}(t_\mathrm{B})]\right\} \tag{2-36}$$

$$\nu_{\mu_{\neg\mathrm{A}}(x)}(t) = \sup_{t\,=\,1-t_\mathrm{A}}\left\{\nu_{\mu_\mathrm{A}(x)}(t_\mathrm{A})\right\} \tag{2-37}$$

ただし，ファジィ所属度は次式で表される．

$$\nu_{\mu_{\mathrm{A}(x)}}(t_{\mathrm{A}}) = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha \cdot [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \;,\; \nu_{\mu_{\mathrm{B}(x)}}(t_{\mathrm{B}}) = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha \cdot [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$$

図2-11は，(2-32)から(2-34)式に示したα–カットを用いて，三つの演算を行った結果を示したものである．type-2ファジィ集合の場合には，共通集合の上，下端点は，もとの二つのα–レベル集合の上，下端点それぞれの下限によって与えられ，和集合では上限によって与えられる．また補集合は(数値)所属度の0.5を軸として線対称になっている．この図から，いずれの演算も図2-2,2-3,2-6のtype-1ファジィ集合に対する演算結果とは異なっていることがわかる．



(a) 和集合，共通集合　　**(b) 補集合**

図2-11　type-2ファジィ集合に対する演算の例：type-2ファジィ集合の和集合，共通集合(以上図a)および補集合(図b)の演算をα–カットを用いて計算する過程を図示した．type-2ファジィ集合では，それぞれの演算は要素(数値所属度)に対して行われる．したがってα–カットの上限値および下限値に対してマックス，ミニあるいは否定の各演算が作用する．(a)からtype-2ファジィ集合の和集合は二つの集合の上側，共通集合は下側になっていることがわかる．また(b)の補集合は0.5に対して線対称になっている．これらは通常(type-1)のファジィ集合に対する結果と異なっていることがわかる

2.3.3 真理値限定規則

この章の最後に，ファジィ論理と言語真理値を用いて導かれるファジィ命題の真理値限定規則[水本　1988b]について説明する．この規則は，第4章で論じる評定判断過程のモデルでカテゴリーの選択方法として用いられる．また従来の真理値限定規則はtype-1ファジィ集合に対して適用されることが多かったが，本論文ではtype-2ファジィ集合に対して適用した場合についても述べる．

真理値限定規則とは，ある命題の真理値(数値真理値)を言語真理値(ファジィ値真

理値)を使って限定することによって，新しい命題(数値真理値)を作り出す働きである．次のような例を用いてその働きを説明する．例えば“若者”というファジィ集合が，年齢を全体集合として定義されていたとする．このファジィ集合は，先に触れたように，“彼は若者である”という命題とみなすことができる．このように述語部分にファジィ集合を含んでいる命題をファジィ命題と呼ぶ．次にこの命題を“非常に真”という言語真理値で限定することを考える．この場合限定とは，各要素の数値真理値をその値に対応した言語真理値のファジィ所属度で置き換えることを意味する．つまりファジィ命題の真理値を言語真理値で限定することによって，もとの命題の述部が修飾された新しい命題の真理値が得られる．例えば，「“彼は若者である”は“非常に真”である」によって変換された各要素に対する数値真理値は，新しいファジィ命題「“彼は(若者)’である”が真である」の数値真理値を示している．

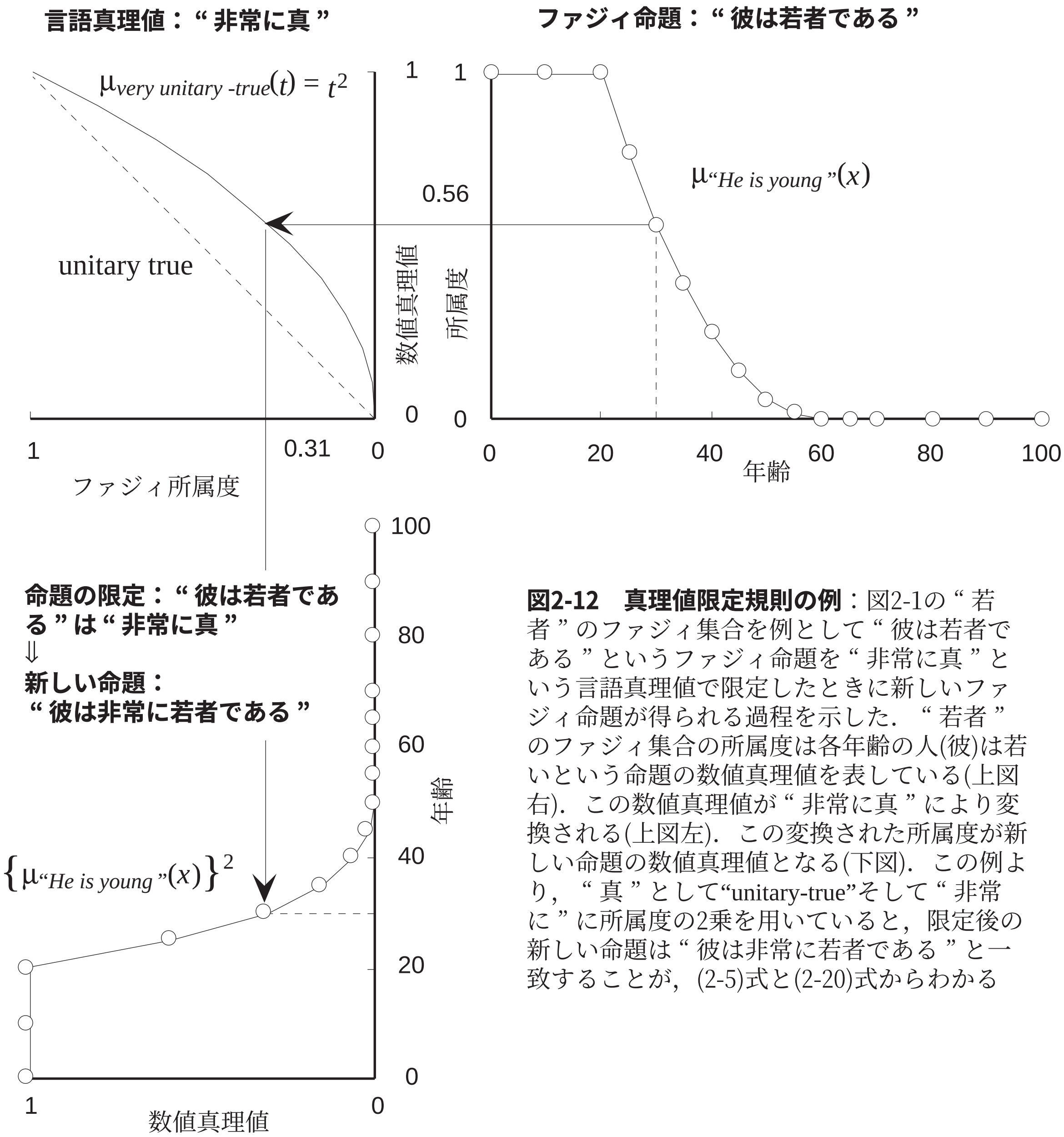


図2-12　真理値限定規則の例：図2-1の“若者”のファジィ集合を例として“彼は若者である”というファジィ命題を“非常に真”という言語真理値で限定したときに新しいファジィ命題が得られる過程を示した．“若者”のファジィ集合の所属度は各年齢の人(彼)は若いという命題の数値真理値を表している(上図右)．この数値真理値が“非常に真”により変換される(上図左)．この変換された所属度が新しい命題の数値真理値となる(下図)．この例より，“真”として“unitary-true”そして“非常に”に所属度の2乗を用いていると，限定後の新しい命題は“彼は非常に若者である”と一致することが，(2-5)式と(2-20)式からわかる

また言語真理値は，前節で述べた言語ヘッジmにより真理値の“真”および“偽”が修飾されたとみなせるので，(2-38)式のように表すことができる．したがって真理値限定による新しい命題の真理値は(2-39)式のようになる．

$$\mu_{m\cdot\, true}(t) = \mu_m(\mu_{true}(t)) \tag{2-38}$$

$$\mu_{\text{“}X\ is\ m'A\text{”}}(x) = \mu_{m\cdot\, true}(\mu_{\text{“}X\ is\ A\text{”}}(x)) \tag{2-39}$$

このとき，例えば“非常に”として(2-20)式を採用し，“真”が“unitary true”であれば，(2-40)式に示したように「“彼は若者である”が“非常に真”である」から「“彼は非常に若者である”が真である」が等価なものとして導かれる．この過程を示したのが**図2-12**である．この“unitary true”とは，数値真理値と所属度が一致する言語真理値である．“真”が“unitary true”以外の場合には，この式は成立しない[水本 1988c]．

$$\mu_{unitary\text{-}true}(t) = t\ ,\ \mu_{very}(t) = t^2$$

$$\begin{aligned}\mu_{\text{“}X\ is\ m'A\text{”}}(x) &= \mu_{very\,\cdot\, unitary\text{-}true}(\mu_{\text{“}X\ is\ A\text{”}}(x)) \\ &= \{\mu_{\text{“}X\ is\ A\text{”}}(x)\}^2\end{aligned} \tag{2-40}$$

次にtype-2ファジィ集合に対して真理値限定規則を適用した場合について考察する[吉川他 1990]．type-1ファジィ集合の場合は，“彼は若者である”という命題の真理値は，要素である年齢に対して“0.6”や“0.8”のような数値真理値として表されていた．これに対してtype-2ファジィ集合の場合には，その真理値は，各年齢に対して“かなり真”や“0.8ぐらい”のようなファジィ値真理値として与えられている．そのため，ある要素に対する真理値を言語真理値で限定して新しい真理値を求めることは，言語真理値のメンバシップ関数によって，命題のファジィ値真理値(ファジィ所属度)の要素である数値真理値を写像することになる．したがって，2.3.2で述べたようにα–カットや拡張原理を用いる必要がある．

2.3.2では2種の方法を用いて，type-2ファジィ集合の演算から得られるファジィ所属度の求め方を示したが，ここでは後の章で用いる都合上，α–カットを利用した方法についてのみ述べる．type-2ファジィ集合A要素xにおけるファジィ所属度は，α–カットを用いて(2-41)式のように表せる．

$$\nu_{\mu_{\text{“X is A”}}(x)}(t) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot\left[a_1(\alpha),a_2(\alpha)\right] \tag{2-41}$$

$$\left[a_1'(\alpha)\ ,\ a_2'(\alpha)\right] = \left[\inf_{a\in[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]} \mu_{m\cdot\, true}(a)\ ,\ \sup_{a\in[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]} \mu_{m\cdot\, true}(a)\right] \tag{2-42}$$

任意のレベルのα–カットを言語ヘッジのメンバシップ関数により変換すると，新しいα–カットは，(2-42)式のように，もとのα–カットの区間$[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]$のすべての値aに対して$\mu_{m\cdot\, true}(a)$を求め，その中の最小値を下限値$a_1'(\alpha)$，最大値を上限値$a_2'(\alpha)$とし

て表される．これをα∈(0,1]について求めることにより(2-43)式の新しいファジィ所属度が得られる．式中の“inf”は下限を与える演算である．

$$\nu_{\mu_{\text{“X is m'A”}}(x)}(t) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot\left[\inf_{a\in[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]}\mu_{m\cdot true}(a)\,,\ \sup_{a\in[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]}\mu_{m\cdot true}(a)\right] \qquad (2\text{-}43)$$

以上の過程を図示したものが**図2-13**である．この得られたファジィ所属度はファジィ命題“X is m'A”のxにおけるファジィ値真理値を表している．第4章ではここで説明したtype-2ファジィ集合に対する真理値限定を評定判断においてカテゴリーを選択を決定する過程のモデルとして用いる．その際に再び(2-43)式の意味するところを論じる．

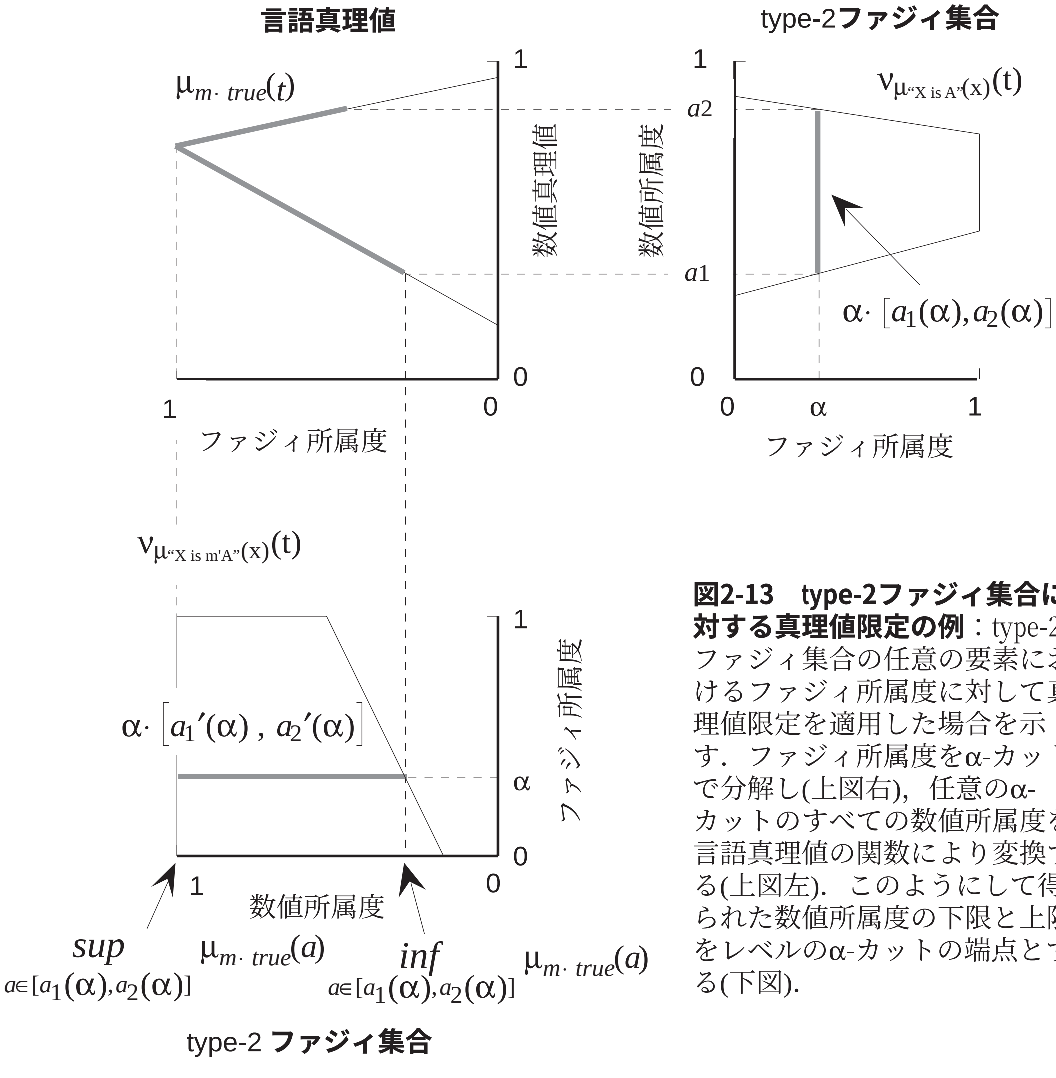


図2-13　type-2ファジィ集合に対する真理値限定の例：type-2ファジィ集合の任意の要素におけるファジィ所属度に対して真理値限定を適用した場合を示す．ファジィ所属度をα-カットで分解し(上図右)，任意のα-カットのすべての数値所属度を言語真理値の関数により変換する(上図左)．このようにして得られた数値所属度の下限と上限をレベルのα-カットの端点とする(下図)．

2.4　まとめ

本章では，言葉や程度に含まれるあいまいさを表現する数学的な方法であるファジィ集合論と命題や判断の真理値に含まれるあいまいさを表現するファジィ論理について，それぞれの定義および演算を示した．とくに真理値限定規則については，type-2ファジィ集合に対して適用する方法について示した．これは第4章において評定判断過程のモデルを記述する際に，カテゴリーの選択方法として利用される．ま

たα–カットと分解定理によるファジィ集合の表記法は，言語真理値やその他のファジィ集合を同定する際に用いられる．さらに一連のファジィ集合の演算は第3章においてBetween集合の定義，あるいはこの集合と比較される合成集合の計算に用いられる．この他，ファジィ集合の間の関係を示す一致度，類似度，包含度の三つの指標は，本論文で提案する新しい尺度構成法の妥当性および有効性を検証する際に用いられる．

第3章　Between集合

3.1　緒言

言葉の特徴は，意味のベイグネスと分節化による離散性である[菅野　1989]．前者はコミュニケーションを円滑に進める上で有効であり，ファジィ集合として表現できることはすでに述べた．後者は全体集合上の似た特徴をもつ要素を一つの言葉に対応させる働きをもつ．このことにより全体集合が簡略化されて，複雑な対象を容易に理解できるという利点がある．この特長を使って安川ら[1991]は言語モデリングという手法を提案している．

言語の離散性は人間の思考・判断を助ける有効な手段であることには違いないが，その反面次のような二つの欠点をもつ．

①少数の言葉で全体集合上の全要素を表現できるとは限らないこと

②要素*x*を表現するのに最適な唯一のファジィ集合が見つかるとは限らないこと

前者は，は**図3-1**の左図のように表現したい要素*x*に対する所属度が，二つの言葉(ファジィ集合)A,Bともそれほど大きくない場合に相当する．後者は，図3-1の右図のように*x*に対する所属度がA,Bとも大きな値をとる場合に相当する．

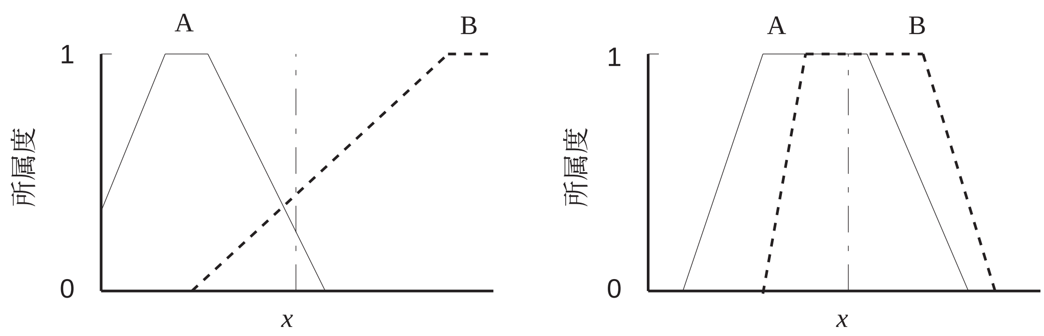


図3-1　ファジィ集合による要素の表現にともなう問題：ファジィ集合を使って全体集合上の要素を表現する際に次の二つの問題が考えられる．一つは表現したい要素xに対するファジィ集合の所属度がいずれも小さい場合(左図)ともう一つは逆に所属度が大きいファジィ集合が複数存在する場合(右図)である．どちらの場合にも一つのファジィ集合によって要素を表現することが難しい．

このような要素をうまく表す方法として，より的確に表現できる全く別のファジィ集合を見つけ出すことがまず思い浮かぶ．しかし常にそのような集合が見つかる保証はない．仮に見つかったとしても，工学的なシステムの場合には新しい集合をシステムの語彙に取り込むことを繰り返せば，システムの膨張を招き得策ではない．

ところで図3-1を見ると，この全体集合上の要素に全順序関係が存在すれば，*x*はAとBの“間(あいだ)”にあると表現できることがわかる．したがって二つのファジィ集合に対して，その“間”を表現する集合が定義できれば，上記の離散性にともなう問題を回避することができる．

また意味の変化や語彙の豊富化という言語学的な立場から“間”の表現をみると，それは新しい言葉が固有の名称を得るまでの前段階として捉えることができる[ウォ

ルドロン1990]．このように言葉すなわちファジィ集合の“ 間 ”を扱うことは重要であるのにもかかわらず，“ 間 ”の表現法あるいはその表現のもつ性質については，ほとんど検討されていない．

そこで本章では，

①二つのファジィ集合の“ 間 ”を表現する集合を定義すること，

②その集合のもつ性質を明かにすること，

③その集合の“ 間 ”の表現としての妥当性を明かにすること

を目的とする．

以下では二つのファジィ集合の“ 間 ”を表す集合をBetween集合[吉川 1991a, b, 1992a]と名付け，その定義と定義に必要な条件を与える．さらにBetween集合の定義から与えられる数学的な性質およびシミュレーションから得られた特徴を明かにする．そして心理実験結果から，その“ 間 ”の表現としての妥当性を示す[吉川 1991a]．

3.2　Between集合の定義

3.2.1 Between集合を定義するための準備

表3-1　全体集合およびもととなるファジィ集合の満たすべき条件：Between集合を定義するために，もととなる二つのファジィ集合が満たすべき条件と全体集合の性質についてまとめたもの．

	内　　容
条件１	**全体集合の性質およびもととなるファジィ集合の形状** 1) 全体集合上の要素間には全順序関係が存在する 2) ファジィ集合は凸型に限定する 3) ファジィ集合は既知でなければならない
条件２	**ファジィ集合の大小関係の定義** $A \leq B$ iff $A \vee B = B$, $A \wedge B = A$
条件３	**以上集合と以下集合の導入** AをA以下集合で，BをB以上集合で置換($A \leq B$)

Between集合を定義する準備として，それを合成するもととなるファジィ集合や全体集合の満たすべき条件を与える．これらの条件が現実の状況に即したものでなければ，実際の問題へ適用できない．また満たすべき条件があまりに多いと，適用範囲を狭めることになる．これらを考慮して**表3-1**に示した三つの条件を設けた．

【条件1】は，全体集合の性質とファジィ集合の形状に関するものである．1)の全体集合上の要素間には全順序関係が存在するという条件は，任意の二つの要素の間には必ず大小関係が定められることを意味している．次に2)の対象とするファジィ集合は凸型に限定するという条件は，言葉のもつあいまいさのうちベイグネスだけを扱い，意味の多義性は扱わないことに相当する．そして3)のBetween集合を合成するもとになるファジィ集合は既知でなければならないという条件は，次のような理由から必要である．“ 間 ”を表す集合は，二つの集合から導かれる相対的な関係である．そのためもとのファジィ集合が既知でなければ，それから導かれたものが意

味をもたないためである.

【条件2】は，ファジィ集合の大小関係の定義に関するものである．任意の二つのファジィ集合A,Bの間の大小関係を，要素に関する上限∨，下限∧の演算を使って(3-1a)式のように定義する.

$$A \le B \quad \Leftrightarrow A \vee B = B \,,\, A \wedge B = A \qquad (3\text{-}1a)$$

$$\begin{aligned}[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]\vee[b_1(\alpha),b_2(\alpha)] &= [max[a_1(\alpha),b_1(\alpha)]\,,\,max[a_2(\alpha),b_2(\alpha)]]\\ &= [b_1(\alpha),b_2(\alpha)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]\wedge[b_1(\alpha),b_2(\alpha)] &= [min[a_1(\alpha),b_1(\alpha)]\,,\,min[a_2(\alpha),b_2(\alpha)]]\\ &= [a_1(\alpha),a_2(\alpha)]\end{aligned}$$

$$A \le B \quad \Leftrightarrow a_1(\alpha)\le b_1(\alpha)\,,\, a_2(\alpha)\le b_2(\alpha) \qquad (3\text{-}1b)$$

A,Bのα–レベル集合の区間表示$[a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$，$[b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$を用いて書き直したものが(3-1b)式である．これらは(2-32),(2-33)式のtype-2ファジィ集合の共通集合，和集合の演算から導かれる．(3-1b)式からわかるように問題としているのは，各要素に対する所属度の間の大小関係(つまり集合の包含関係)ではなく，レベル集合の端点の間の大小関係である．また以降はとくに断らない限りA≤Bと仮定して議論を行う.

【条件3】は，以上集合と以下集合の導入に関するものである．次項で述べるように，本論文では二つのファジィ集合の“間”を表す集合を，もとの二つの集合の所属度の絶対差の否定により与える．このため例えばAの1–レベル集合の下限値$a_1(1)$以下の所属度をそのままAとBの“間”を求めるときに用いると，本来はその所属度が0となるべき範囲で“AでもBでもない”という集合の所属度のために0以外の値を取ることになる．人が“間”を判断する場合には，着目している要素と二つの集合の位置を用いて，不要な範囲を除いていると考えられる．この人間の弁別機能の近似として，**図3-2**に示したように$a_1(1)$以下の所属度を1に置き換えて，Aの所属度の減少にともなって“AでもBでもない”の所属度が増加するのを抑制している．$b_2(1)$以上も同様である．上記の所属度の置換は，二つの集合をそれぞれA以下を表す集合(A以下集合，≤Aと表記)とB以上を表す集合(B以上集合，≥Bと表記)に置き換えることに当り，これらはファジィ数における可能的に等しいか小さい(あるいは大きい)数の定義[坂和　1989]に一致する．またこの条件は，後に述べるBetween集合の凸性を保証するために必要となる.

3.2.2 Between集合の定義

前項の条件のもとで，二つのファジィ集合の“間”を表現するBetween集合を定義する．二つのファジィ集合の“間”とは，それらのいずれに属するかが判断し難い状態であると考える．これに従えば，任意の要素における二つのファジィ集合の“間”を表す集合の所属度は，それらの所属度に差がなければないほど1に近づくことになる．この要求を満たすものの一つをBetween集合と名付け，(3-2)式のように定

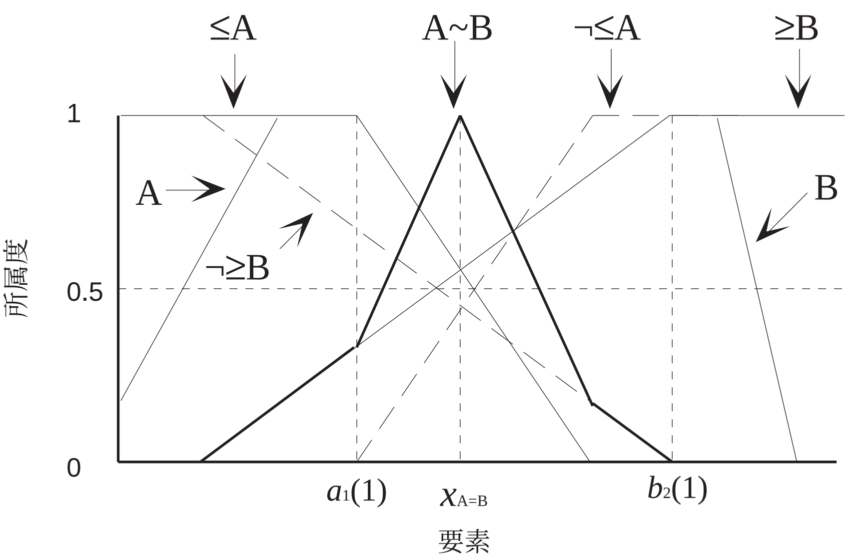


図3-2　合成するもととなるファジィ集合の関係とBetween集合の定義：既知の凸集合A,Bをそれぞれ$a_1(1)$以下と$b_2(1)$以上を1に置き換えたA以下集合(≤A)とB以上集合(≥B)に変換する．Between集合(A~B)は，この新しい二つの集合の所属度の絶対差を1から引いたものとして定義される．もとの二つのファジィ集合の所属度が一致する座標$x_{A=B}$でBetween集合は最大値1をとる．

義する[吉川 1991a, b, 1992a]．そしてその計算例を図3-2に示した．

【定義】　$\mu_{A\sim B}(x) \equiv 1 - |\mu_{\leq A}(x) - \mu_{\geq B}(x)|$　(3-2)

ここで$x \in X$(Xは全体集合)である．つまりAとBのBetween集合(A~Bと表記)は，A以下，B以上集合から求められた絶対差集合の否定として表される．またA,Bの補集合を用いて(3-2)式を変形すると(3-3)式が得られる．

$$\mu_{A\sim B}(x) \equiv min[\mu_{\neg\leq A}(x) \oplus \mu_{\geq B}(x)\ ,\ \mu_{\leq A}(x) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x)] \quad (3\text{-}3)$$

上式中の“⊕”は(2-11)式で与えられる限界和演算である．A,Bがtype-1ファジィ集合である場合には算術和でも十分であるが，type-2の場合には上限を1に制限するために限界和を用いる必要がある．したがって厳密には(3-2)式も，A,Bがtype-2の場合には算術差を(2-14)式の限界差に置き換えなければならない．また(3-3)式を見ると，“間”に属する程度は，ある集合に属する程度ともう一方の集合に属さない程度の和であると解釈することもできる．

3.3　Betweeen集合の性質

本節ではBetween集合を応用する上で重要と思われる数学的な性質について説明する．本文中では**表3-2**に示した性質の表す意味を中心に述べ，性質の数学的な証明は付録Aに含めた．

【性質1】は，Between集合の形状に関するものである．1)は，もとの集合の関係によらず，Between集合は空集合にならないという性質である．また空集合にならな

いだけでなく，正規ファジィ集合になることが(3-2)式からわかる．上述のもとの集合の関係というのは，二つのファジィ集合の所属度が等しくなる要素$x_{A=B}$における値$\mu(x_{A=B})$のことを指している．つまりこの性質は図3-1に示したようないろいろなレベルの“間”を単一の式で統合的に表現できることを意味している．またBetween集合の正規性については次節で触れる．

表3-2　Between集合の性質：Between集合の定義から導かれる形状，要素の表現力，大小関係および包含関係の四つの性質を示した．

	内　　容
性質１	**Between集合の形状** 1) Between集合は空集合にならない 2) Between集合は凸集合である
性質２	**全体集合上の要素の表現力** $max[\mu_{\le A}(x)\ ,\ \mu_{A\sim B}(x)\ ,\ \mu_{\ge B}(x)] \ge 0.5$
性質３	**もとの集合との大小関係** $A \le A{\sim}B \le B$
性質４	**集合間の包含関係** $A \cap B \subseteq A{\sim}B \subseteq Convex(A \cup B)$

ところで統合的な表現の欠点は，Between集合だけではもとの二つの集合の関係がわからないことである．つまりそれらが0~1の間のどの程度の所属度で一致したのかは不明である．しかし条件1の3)にもあるように，もとになる集合が両方とも既知であればこの問題は生じない．問題となるのはBetween集合と他のファジィ集合の間でBetween集合を求めた場合である．形式的には求めることはできるが，応用する際にそれが意味をもつか十分に検討する必要がある．

2)は，Between集合が凸集合であるという性質である．これは条件3により保証されるものである．Between集合が凸集合になることは，多義でない集合の“間”の集合も多義にならないことを意味している．

【性質2】は，全体集合上の要素の表現力に関するものである．

$$max[\mu_{\le A}(x)\ ,\ \mu_{A\sim B}(x)\ ,\ \mu_{\ge B}(x)] \ge 0.5 \tag{3-4}$$

(3-4)式は，全体集合上の任意の要素がA以下，B以上あるいはBetween集合のいずれかに必ず0.5以上の所属度で所属することを保証している．つまり0.5を“属するか属さないかわからない”を意味すると考えると，どの要素も少なくとも一つの集合に属すると言えることを示している．図3-2にそれを図示した．

【性質3】は，もとの二つの集合との大小関係に関するものである．

$$A \le A{\sim}B \le B \tag{3-5}$$

三者の大小関係は(3-5)式のようになり，A,BのBetween集合がAとBの“間”に存在することを保証する．これは集合間の大小関係を条件2によって規定したことにより導かれる．この大小関係を三つの集合に拡張すると推移性が導かれる．三つのファジィ集合の間に$A \le B \le C$という関係があるとすると(3-6)式が成立する．

$$\mathrm{A{\sim}B} \leq \mathrm{B{\sim}C} \tag{3-6}$$

【性質4】は，集合間の包含関係に関するものである．

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \subseteq \mathrm{A{\sim}B} \subseteq \mathit{Convex}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \tag{3-7}$$

ただし，
$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \mathit{min}[\mathrm{A},\mathrm{B}]$, $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathit{max}[\mathrm{A},\mathrm{B}]$

(3-7)式および**図3-3**に示したように，Between集合はAとBの論理積集合A∩Bを含み，論理和集合を(2-19)式により凸化した集合*Convex*(A∪B)に含まれることがわかる．後者は“AからBまで”を表す集合[シュマッカー 1990]と解釈できるので，この性質は“AかつB”よりも“AとBの間”の方が表す範囲が広く，それよりも“AからBまで”の方が広いという我々の常識とも一致している．

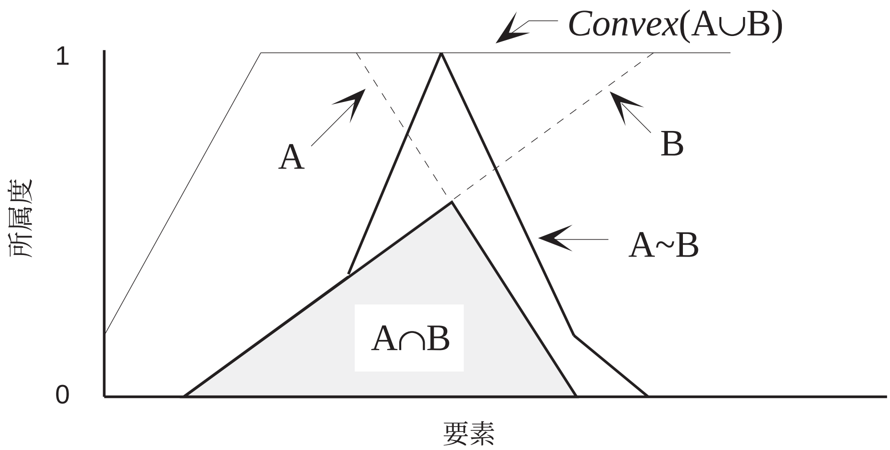


図3-3　合成集合間の包含関係：二つのファジィ集合A,Bから合成される共通集合，和集合の凸化集合およびBetween集合の間の包含関係を示したもの．ここでは共通集合は論理積集合を和集合は論理和集合を用いている．和集合の凸化集合はAからBまでを表すとみなせるので，“AかつB”は“AとBの間”に含まれ，さらにそれらは“AからBまで”に含まれるという関係が成り立つ．

3.4　Between集合と他の演算により得られる“間”の集合との比較

本節ではBetween集合を二つのファジィ集合の合成によって得られる“間”を表す集合と比較して，Between集合のもつ特徴を明かにする．このために計算機上でシミュレーションを行った．

まずシミュレーションの条件について説明する．全体集合は，[0,1]を0.05間隔でサンプリングした21点から構成される離散集合を用いた．3.2の条件を満たす二つのファジィ集合として，単調減少型(集合A)と単調増加型(集合B)を選んだ．**図3-4**に示したように，Aは傾きが-2に，Bは4に設定されている．二つの集合の関係を表すパラメータとして前出の$\mu(x_{\mathrm{A=B}})$を用いた．シミュレーションでは$x_{\mathrm{A=B}}$を0.5に固定し，$\mu(x_{\mathrm{A=B}})$が0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0となるように，二つの集合を全体集合上で平行移動

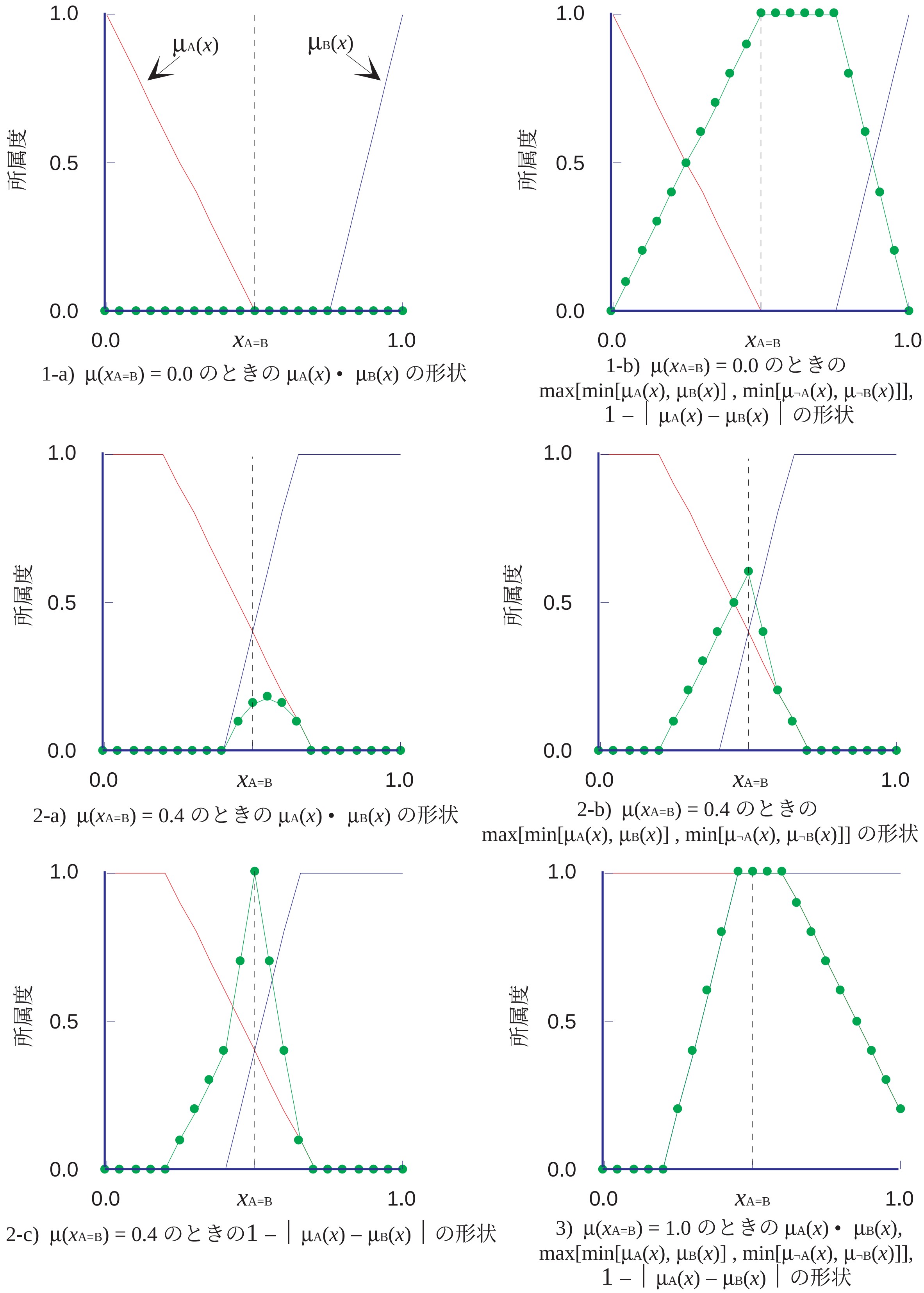


図3-4　種々の演算によって得られる“間”を表現する集合の例：ここには表3-3に示した演算のうち論理積型，max-min型，Between集合の3種類のシミュレーションの結果を示した．もとの二つのファジィ集合の関係として $\mu(x_{A=B})$における値が0.0,0.4,1.0の場合について示してある．それぞれの演算は全体集合を0.05間隔でサンプリングした離散点について計算してある．離散点の間を直線で結ぶことは正しくない場合もあるが，変化の理解しやすくするために結んである．$\mu(x_{A=B})$の値によらず常に所属度の最大値が1となるものはBetween集合だけであることが図よりわかる．

させた．“間”を合成する演算として**表3-3**に示した8個を用いた，これらは，AとB-

の合成演算26個の中から，重複するものや明かに“ 間 ”を表すのに不適切と判断されるものを除いたものである．

表3-3　シミュレーションに用いた演算：二つのファジィ集合A,Bの合成演算26個の中から，二つの集合の“ 間 ”の表現として適さないものと重複するものを除いた6種8個のものをシミュレーションに用いた．論理積型と代数積型はもとの集合をそのまま用いたものとそれらの補集合を用いたものの2通りがある．これらの演算の内の一部の結果が図3-4に示されている．

名称	計算式
論理積型 *(min)*	$min[\ \mu_A(x)\ ,\ \mu_B(x)]$ $min[\ \mu_{\neg A}(x)\ ,\ \mu_{\neg B}(x)]$
代数積型	$\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)$ $\mu_{\neg A}(x)\cdot\mu_{\neg B}(x)$
*max-min*型	$max[min[\mu_A(x),\mu_B(x)]\ ,\ min[\mu_{\neg A}(x),\mu_{\neg B}(x)]]$
max-代数積型	$max[\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)\ ,\ \mu_{\neg A}(x)\cdot\mu_{\neg B}(x)]$
限界和-代数積型	$\{\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)\}\oplus\{\mu_{\neg A}(x)\cdot\mu_{\neg B}(x)\}$
Between集合	$1-\lvert\mu_A(x)-\mu_B(x)\rvert$

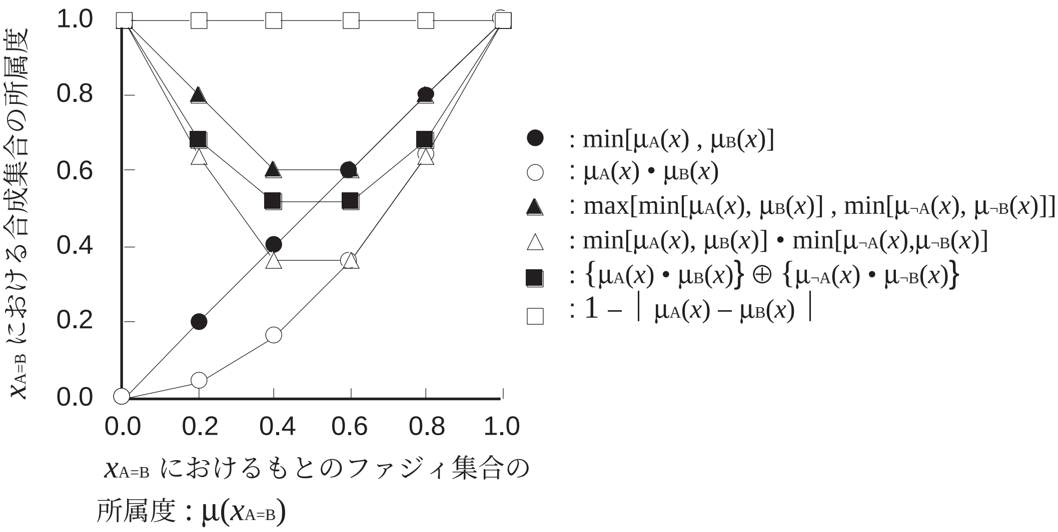


図3-5　各演算により得られた所属度の$\mu(x_{A=B})$に対する変化：表3-3の演算にについて，もとのファジィ集合の関係が得られた“ 間 ”を表す集合に与える影響を$x_{A=B}$における所属度を通して見たもの．図よりBetween集合以外の演算ではもとのファジィ集合の所属度の影響を受け，合成された集合の所属度の最大値が1とならない場合があることがわかる．

図3-4に代数積型，max-min型，Between集合の3種類について，それぞれ$\mu(x_{A=B})$ =0.0, 0.4, 1.0としたときに求められたファジィ集合を示した．代数積型の場合，黒丸で示したデータ点の間を直線で結ぶことは正しくないが，得られた集合の形状がわ

かりやすいように結んで示した．図から$\mu(x_{A=B})=0.4$のときの結果を見ると，Between-集合以外の二つの集合は正規ファジィ集合になっていないことがわかる．

さらに$\mu(x_{A=B})$が最大所属度に与える影響を詳しく検討するために，$\mu(x_{A=B})$と各演算の$x_{A=B}$(=0.5)(図3-4中の破線)における所属度の関係を示したのが**図3-5**である．ただし図が繁雑になるのを避けるため，否定集合に対する論理積型，代数積型演算の結果は示していない．演算の中には$x_{A=B}$で所属度が最大にならないものもあるが，変化の傾向を捉えるのには十分と判断した．またこの図でも図3-4と同様の理由からデータ点間を直線で結んでいる．図から二つのファジィ集合を合成することによって得られる集合の所属度が$\mu(x_{A=B})$に対して単調増加(あるいは減少)すること，またBetween集合を除くと，四つの合成によって得られる集合の所属度が凹状の変化を示すことが見て取れる．これに対して全体集合が離散的であっても$x_{A=B}$が存在すれば，Between集合は性質1で示したように常に1，すなわち正規ファジィ集合となる．このことはBetween集合以外のものでは，論理積や代数積などの演算を用いているために，もとのファジィ集合の所属度そのものの影響を直接受けるが，Between集合は二つのファジィ集合の所属度の差，つまり相対的な関係だけの影響を受けることによる．実際の応用では正規化ファジィ集合が必要となることが多いが，他の演算による“間”の表現では正規ファジィ集合を得るために正規化演算子を用いる必要がある．これは集合の表す意味を変化させることになり，好ましいとはいえない．このことからもBetween集合が“間”の統合的な表現として優れていることがわかる．

3.5　“間”の表現としてのBetween集合の妥当性の検証

3.5.1　目的および検証方法

前節までで二つのファジィ集合の“間”を表現するBetween集合を定義し，その性質を示した．しかしこのBetween集合による“間”の表現と主観的な“間”の表現が一致しなければ，実際の問題を解決するために応用することはできない．そこで本節では心理実験を行うことにより，Between集合が“間”の表現として妥当であることを検証する．

検証は次のように行う．くじの当選確率[0,100](%)を全体集合として，“ちょっと高い”，“かなり高い”そして“ちょっと低い”の三つのファジィ集合(カテゴリー)を同定する．そして例えばこの三つの集合の中から“ちょっと高い”と“かなり高い”を使って，その二つの“間”を表すBetween集合を求める．このBetween集合とそのもととなった二つの集合の所属度を比較し，各要素を表現するのに適したカテゴリーを推定する．この結果と被験者が実際にBetween集合とそのもととなった二つの集合を使って各要素を強制選択した評価結果を比較することにより，Between集合の“間”の表現としての妥当性を検証する．

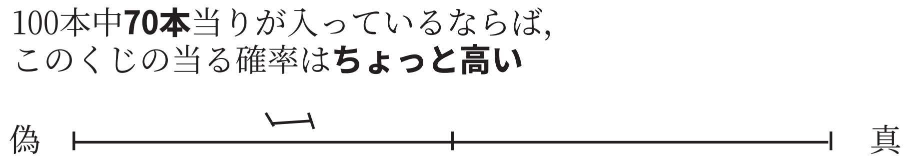
3.5.2　実験方法および条件

実験は二つの課題から構成されている．

・ファジィ集合の所属度を同定する課題(所属度同定課題)

・刺激のカテゴリー判断を行う課題(カテゴリー判断課題)

二つの課題の刺激(要素)にはくじの当選確率[0,100](当りの本数)を，また同定されるファジィ集合(カテゴリー)には“ちょっと高い”，“かなり高い”および“ちょっと低い”を用いた．



(a)　所属度同定課題で用いたグラフ尺度図

当りが100本中**15本**

□ちょっと高い　□二つの間　□かなり高い　☑どちらでもない

(b)　カテゴリー判断課題で用いたカテゴリー尺度図

図3-6　二つの課題で用いた尺度図とその回答例：(a)は所属度同定課題で用いたグラフ尺度である．長さ10cmの尺度図の両端と中央にアンカーを設けてある．左端は“完全に偽”に，右端は“完全に真”に対応している．回答は尺度図に言明の真理値を“もっともよく表している範囲”を記入させた．(b)はカテゴリー判断課題で用いたカテゴリー尺度図である．呈示されたくじの当りの本数から当る確率を表現するのにもっとも適したカテゴリーを強制選択させた．

【所属度同定課題】では，上記の三つのファジィ集合の所属度を，例えば「100本中70本当りが入っているならば，このくじの当る確率はちょっと高い」という言明の真理値として回答させた．この真理値の回答はファジィグラフ評定尺度法[Hesketh et al. 1988a, b]により行わせた．**図3-6**(a)に示したような左端が0(完全に偽)，右端が1(完全に真)に対応した長さ10cmの尺度図を用いて，言明の真理値を“もっともよく表している範囲”の上限，下限に当る位置を記入させた．

三つのファジィ集合の同定は，“ちょっと高い”，“かなり高い”，“ちょっと低い”の順に行われた．また言明に用いた刺激は14種類とし，各ファジィ集合ごとにランダムな順序で並べた．

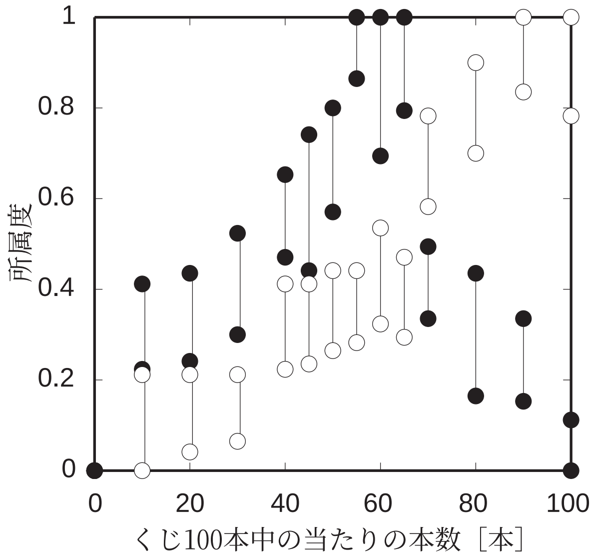
【カテゴリー判断課題】では，三つのカテゴリーのうちの二つを組み合わせて，刺激が1)カテゴリーA，2)カテゴリーB，3)二つの間，あるいは4)“どちらでもない”のいずれに該当するかを，図3-6(b)に示した回答用紙を使って強制選択させた．カテゴリーの組み合わせは“ちょっと高い”—“かなり高い”および“ちょっと低い”—“ちょっと高い”とし，この順序で評価させた．また刺激には18種類のくじの当りの本数を用いた．このうち，12種は所属度同定課題で用いた刺激と同じものとなっている．またいずれの被験者も所属度同定課題に引き続いてカテゴリー判断

課題を行った．

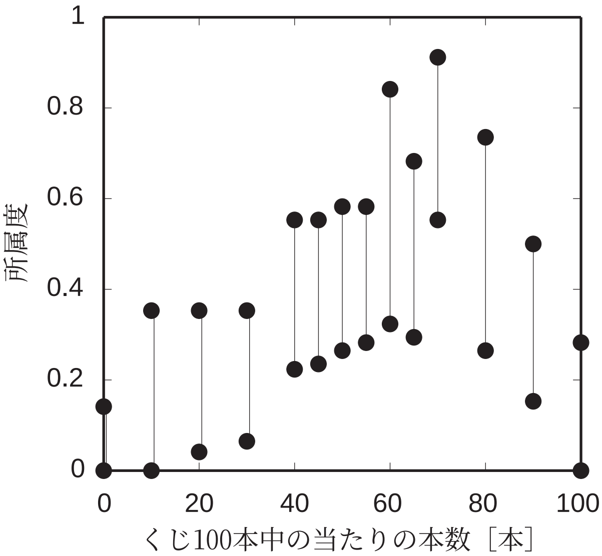
被験者は22〜25歳の男子大学生5名であった．彼らはすべて日本語を母国語としており，カテゴリーおよび言明の意味の理解については問題はない．

3.5.3　実験結果および考察

まず所属度同定課題から得られた“もっともよく表している範囲”を[0,1]の数値に変換した．その一例を示したのが**図3-7**(a)である．この所属度の区間(区間真理値)は，type-2ファジィ集合の一つのレベル集合を表していると考えることができる．各被験者の“もっともよく”が表している具体的なレベルは不明であるが，各被験者の中で三つのファジィ集合のレベルが一致しておれば，後の解析には問題ない．



(a)　“ちょっと高い”と“かなり高い”

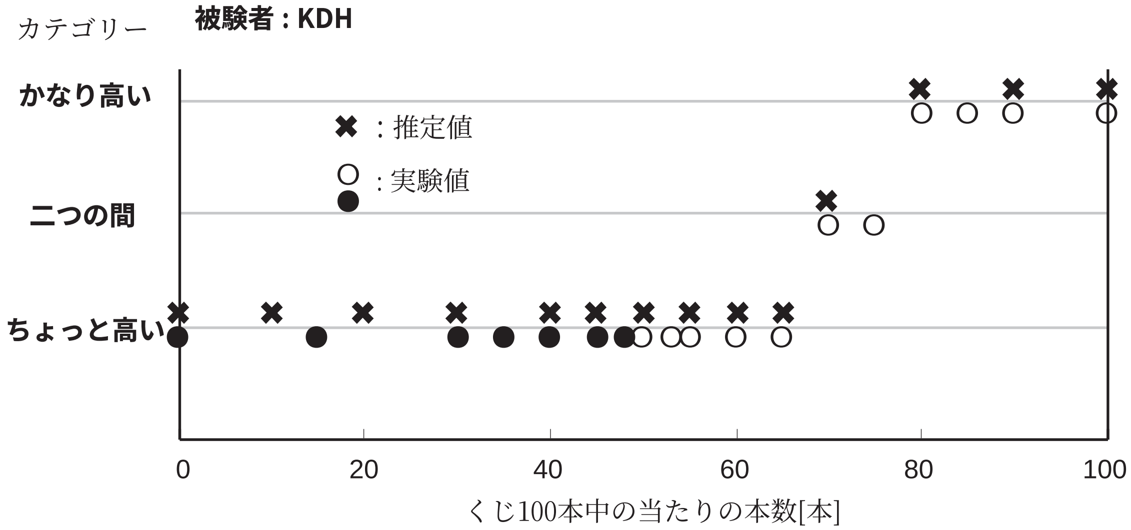


(b)　二つから求めたBetween集合

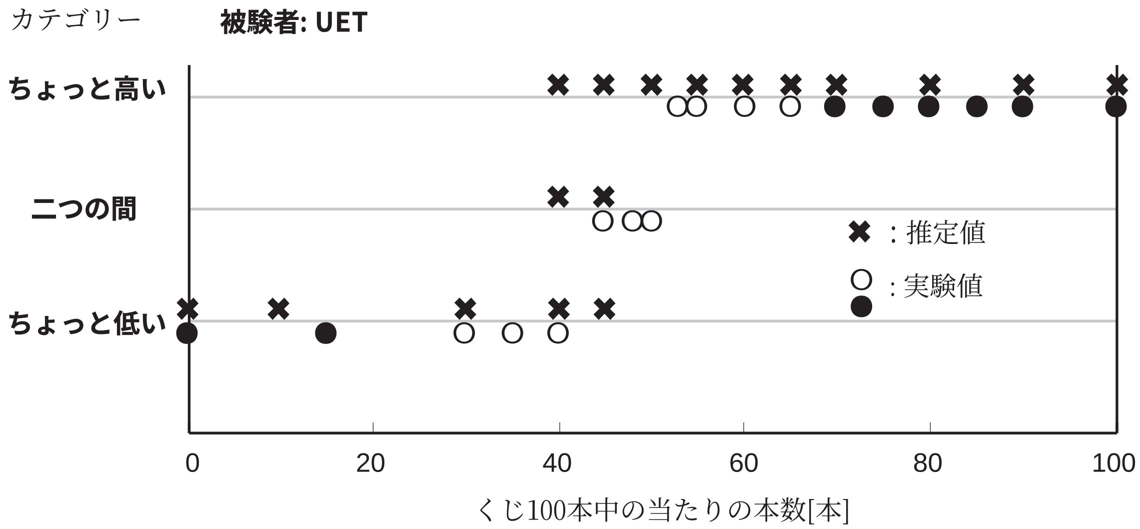
図3-7　所属度同定課題から得られたファジィ集合とそれらから求められたBetween集合：(a)は所属度同定課題から求められた“ちょっと高い”と“かなり高い”のレベル集合を示したもの．●が“ちょっと高い”，○が“かなり高い”を示している．また(b)はこれらから求められたBetween集合のレベル集合である．二つのファジィ集合の所属度の差がもっとも小さいくじの当り70本のところでBetween集合が所属度の最大値をとることが見てとれる．

次に(3-3)式から各刺激に対する$\mu_{A\sim B}(x)$を求めた．式中の限界和およびmin演算は，2.3で述べたtype-2ファジィ集合に対する演算を用いて実行される．図3-7(b)は図3-7(a)に示した被験者の“ちょっと高い以下”と“かなり高い以上”から求めたBetween集合のメンバシップ関数である．図3-7(a)から$x_{A=B}$に相当する当たりの本数はほぼ70[本]であることがわかる．また求められたBetween集合のメンバシップ関数もそこで最大値をとっていることが見てとれる．

Between集合の妥当性の検討は，先にも述べたように，Between集合とそれを求めるために用いられた二つのファジィ集合の所属度を用いて推定されたカテゴリーと実際に被験者がカテゴリー判断を行って得られた結果を比較することによって行った．**図3-8**は所属度から推定されたカテゴリーと評定判断により得られた結果を比較



(a)　被験者KDHの“ ちょっと高い ”と“ かなり高い ”に関する結果



(b)　被験者UETの“ ちょっと低い ”と“ ちょっと高い ”に関する結果

図3-8　Between集合による“ 間 ”の表現と主観的な“ 間 ”の表現の妥当性の検証：(a), (b)とも丸印で示したものはカテゴリー判断課題から得られた評定結果である．課題において“ どちらでもない ”と判断された刺激は，それらの全体集合上の位置により～以下あるいは～以上を表すとみなすことができるので，それぞれ●で示してある．また×はもとの二つのファジィ集合とそのBetween集合の区間値所属度を比較することによって選択される可能性のあるカテゴリーを示したものである．下図のの推定カテゴリーで三つのカテゴリーが候補になっている刺激があるが，これは三つの集合の区間値所属度がほぼ同じ値であったためである．この2名の被験者の結果から，実際に選択されたカテゴリーと三つの集合の所属度から推定されるカテゴリーはよく一致することがわかる．

したものである．図中の丸印はカテゴリー判断から得られた結果を表している．カテゴリー判断課題では“ どちらでもない ”という判断を許したが，これは“ A以下 ”あるいは“ B以上 ”のいずれかに該当する．ここでは刺激の全体集合上の位置によりAあるいはBに含めた．図中には黒丸で示した．また刺激に対する推定カテゴリーは，三つの区間所属度を比較してもっとも大きいものとし，図中に×印で示した．

表3-4　妥当性の検証結果と二つのファジィ集合の形状を表す指標：第2列はファジィ集合の所属度から推定したカテゴリーと実際に選択されたカテゴリーとの一致の程度を評価したもの．また第3,4列は≤Aと≥Bの区間値所属度の上限値の最大値をそれぞれ示したもの．これらから一致の程度の悪いものはいずれかの集合の上限値の最大値が1に比べて小さいことがわかる．さらに第5,6列には図3-9で示した$x_{A=B}$のときの区間値所属度の下限値，上限値の範囲を示した．一致の程度の悪い被験者については求めていない．

(a)　A：“ちょっと高い”，B：“かなり高い”

被験者	一致性	$\sup_{x\in X} a_2(\alpha)$	$\sup_{x\in X} b_2(\alpha)$	$\widehat{a_1(\alpha) = b_1(\alpha)}$	$\widehat{a_2(\alpha) = b_2(\alpha)}$
KDH	○	1.00	1.00	[0.33,0.58]	[0.49,0.78]
MYS	○	0.94	0.99	[0.67,0.88]	[0.75,0.94]
OSN	×	0.69	1.00	――	――
TKT	×	0.76	1.00	――	――
UET	○	1.00	1.00	[0.21,0.44]	[0.28,0.56]

(b)　A：“ちょっと低い”，B：“ちょっと高い”

被験者	一致性	$\sup_{x\in X} a_2(\alpha)$	$\sup_{x\in X} b_2(\alpha)$	$\widehat{a_1(\alpha) = b_1(\alpha)}$	$\widehat{a_2(\alpha) = b_2(\alpha)}$
KDH	○	1.00	1.00	[0.44,0.57]	[0.74,0.80]
MYS	○	0.90	0.94	[0.39,0.63]	[0.46,0.71]
OSN	○	0.95	0.69	[0.45,0.48]	[0.52,0.53]
TKT	×	0.94	0.76	――	――
UET	○	1.00	1.00	[0.77,0.80]	[1.00,1.00]

ただし　$\mu_{\le A}(x) = \sum_{x\in X} \alpha\left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right]/x$　　$\mu_{\ge B}(x) = \sum_{x\in X} \alpha\left[b_1(\alpha), b_2(\alpha)\right]/x$

被験者UETの結果には，一つの刺激に対して複数のカテゴリーが対応しているものが見られる．これらの刺激では複数のカテゴリーに対する所属度がいずれも1に近い値を取り，それらの間にほとんど差が見られなかった．つまり，これらの刺激に対してはいずれのカテゴリーも選択される可能性があることを示している．図の2名の被験者の結果から，実験値と推定値はよく一致することが見てとれる．また全被験者についても，**表3-4**に示したように全10例中7例で実験値と推定値の間によい一致が認められ，“間”の集合をBetween集合で表現できることがわかる．両者の間に一致が認められた被験者について，$x_{A=B}$における区間所属度$\mu(x_{A=B})$の推定区間を表3-4の第5,6列に示した．この区間は，**図3-9**のように計算した．まず二つの集合≤A,≥Bの所属度の大小関係が逆転した要素x_i, x_{i+1}を見つける．$x_{A=B}$はこの二つの要素の間にあると考えられる．そして例えば区間所属度$\mu(x_{A=B})$の上限値は，x_iとx_{i+1}における四つの上限値を比較し，その2番目と3番目に大きいものの間にあると推定できる．下限値も同様である．表より区間所属度 $\mu(x_{A=B})$ の下限値の推定区間は [0.21,0.44]から[0.77,0.80]，また上限値の区間は[0.28,0.56]から[1.00,1.00]に渡っていることが見て取

れる．これより，Between集合がもとのファジィ集合の関係によらず“間”を表現できることを実験的にも示すことができた．

ところで一致の程度がよくなかった3例に共通する特徴は，表3-4からもわかるように，所属度同定実験から得られた“ちょっと高い”の区間所属度の上限値の最大値が0.7程度で低かったことが挙げられる．これは離散的な刺激を用いたために，所属度の最大値が1となる要素がなかったことが理由と考えられる．しかしこのことはBetween集合の“間”の表現としての妥当性を否定するものではない．

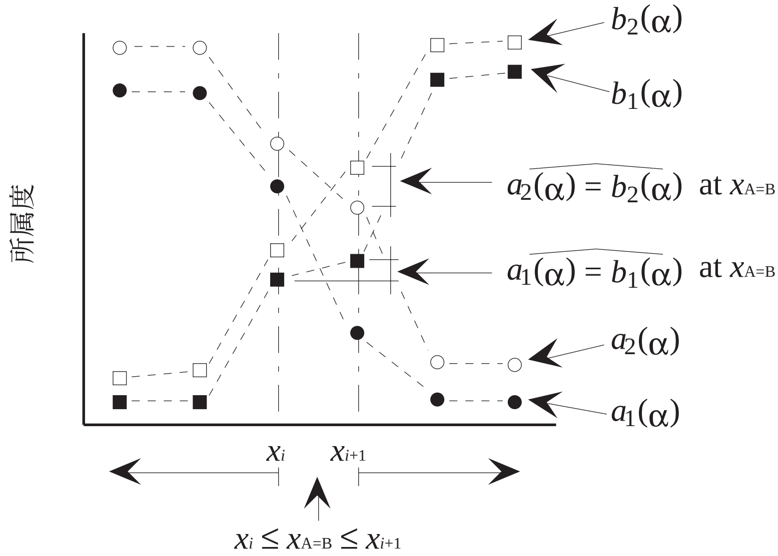


図3-9 type-2ファジィ集合の$x_{A=B}$におけるレベル集合の下限値，上限値の存在する可能性のある範囲の算出方法：二つのレベル集合の所属度の大小関係がx_iとx_{i+1}の間で変化したとする．このとき$x_{A=B}$は両者の間に存在する．そのときのレベル集合の下限値，上限値はそれぞれの4つのレベル集合の下限値，上限値内の2番目と3番目に大きいものの間にあると推定できる．

3.6 まとめ

本章では，二つのファジィ集合の“間”を表すBetween集合の定義とその定義に必要な条件を与えた．さらにBetween集合が定義から導かれる代表的な性質を明かにした．とくに実際の応用では，性質1の凸性や正規性あるいは性質2の要素の表現力は重要な意味をもつ．また心理実験を通してBetween集合による“間”の表現と主観的な“間”の表現が矛盾していないことを示して，その妥当性を検証した．

本論文では第5章において，このBetween集合をカテゴリー尺度図の二つのカテゴリーの“間”を表現するために用いる．カテゴリー尺度図は限られた言葉で全体集合を記述しなければならないため，その要素の記述力を改善する手段としてBetween集合は最適であるといえる．現在はまだBetween集合の応用例は少ないが，言語学における言葉の発生過程の説明などへの応用が期待されている．また応用範囲を広げるためには，満たすべき条件を緩和することも必要である．その一例として，全体集合に全順序関係が存在しない場合への拡張が試みられているが[吉川 1991b]，まだ完全なものとはいえない．この問題は，実際の応用，また抽象概念の取扱という意味からも重要な課題である．

第4章　新しい評定判断過程のモデル

4.1　緒言

第1章で触れたように，言語表現された主観的な程度を定量化するためには，三つの問題を扱う必要がある．このうち言葉のベイグネスと主観的な程度に含まれる幅の二つは，ファジィ集合として扱うことができる．したがって，残された問題は，主観的な程度を外部に表現するための言葉を選択する方法を与えることである．これは，本論文で対象としている心理尺度構成問題の場合，評定判断を行うことによってカテゴリーが選択される過程のモデルを与えることに相当する．

対象をモデル化することによる利点の一つは，複雑な対象を簡略化できることにある．また数学的なモデルを用いることによって，利用可能な数学的な方法を与えることもできる．ギルホード[1959]によって提案された評定判断過程のモデルは，言葉のベイグネスと主観的な程度に含まれる幅を扱わないという簡略化がなされていた．そして後で述べるように，この条件のもとで評定判断過程をカテゴリー判断の法則，つまり統計論によって扱っていた．すでに述べたように，このモデルは本論文の目的には十分でない．言葉のベイグネスと主観的な程度の幅をファジィ集合として扱うためには，評定判断過程のモデルもファジィ理論によって扱われる必要がある．

そこで本章では，

①ファジィ理論を用いて幅をもった主観的な程度からカテゴリーを選択する過程のモデルを与えること，

②その評定判断過程のモデルの妥当性を検証すること

を目的とする．

以下では，まず評定判断過程と従来の評定判断過程のモデルを概説する．そして次に，ファジィ理論を用いた新しい評定判断過程のモデルを提案し，このモデルに必要な三つの仮定について述べる[吉川,西村 1991a]．このモデルでは，言葉を選択する方法として，第2章で説明した真理値限定規則を用いている．また簡単な例を用いて，このモデルによって評定判断がなされる過程について説明を行う．さらに心理実験を行い，提案モデルの妥当性を検証した結果について示す[吉川他 1990 , 吉川,西村 1991a]．

4.2　評定判断過程

4.2.1　評定判断過程の構造

判断とは，刺激の間の関係を定めて，それをもとにして全刺激の中における各刺激の位置を決定する働きである．そしてそのもっとも基本的な役割は，刺激の分類あるいは範疇化を行うことである[柿崎1974]．この定義は，評定判断過程が次の二つの過程から構成されていることを示唆する．一つは刺激を主観的な程度に変換する過程(射影過程)であり，もう一つはその主観的な程度を外部に表現する過程である

(表現過程).

射影過程の働きは，物理学的(刺激)連続体(S-連続体)を心理学的連続体(P-連続体)に射影することである．このS-連続体は，全刺激を要素とするクリスプ集合である．例えば背の高さを評価している場合には，物理的な身長を要素とする集合になる．またP-連続体は，評価属性の主観的な程度から構成されるクリスプ集合である．先の例では，“完全に背が高い”から“完全に背が高くない”までの主観的な背の高さになる．これからもわかるように，P-連続体は，一般に，有限になるが，S-連続体は有限でない場合もある．そして刺激を主観的な程度に変換する射影関数は，評価属性によって決定されて，S-連続体を構成する刺激の範囲，あるいは評価者の経験などの影響を受けて変化させられる．

表現過程の働きは，P-連続体上の刺激の射影の位置を他者あるいは自分が理解できるような形で表現することである．刺激の位置を表現する手段には，言語ヘッジと評価属性を組み合せたカテゴリーを使用するほかに，P-連続体を例えば[0,100]の区間に対応させた数値によって回答させる方法[ギルホード　1959]や，数値の代りに数直線を用いてグラフ的に回答させる方法[Hesketh et al. 1988a,b]などもある．しかし本論文は言語表現の定量化を目的としているので，カテゴリーを用いる言語的な方法だけを扱う．

またこれらの二つの過程を図1-1と比較すると，射影過程が“程度の判断”に，また表現過程が“程度を表現する言葉の選択”にそれぞれ対応していることがわかる．

4.2.2　評定結果を変動させる要因

評定判断で問題となることとして，同一刺激に対する評定結果の変動の扱い方を挙げることができる．変動は，個人内の要因によって引き起こされるものと，個人内の要因の個人差によって引き起こされるものに大別できる．

まず，個人内の変動は，同一刺激を複数回測定した場合に，その結果が異なるという形で現れる．この評定結果の変動は，さらに射影過程と表現過程で生じるものに分けることができる．射影過程における変動は，射影関数が全刺激の範囲や直前の刺激の影響を受けて変化することにより生じる．この変化は文脈効果と呼ばれる[柿崎 1974]．つまりS-連続体上の一つの刺激が，射影関数の変化のために，P-連続体上の異なる位置に射影されることを意味している．一例を挙げると，170㎝の男性の背の高さを評価するとき，日本人の男性の中で評価を行うのと，米国人の男性の中で評価を行うのでは結果が異なる．

一方表現過程における変動は，次の二つのベイグネスにより生じると考えられる．一つは，P-連続体上の刺激の射影の像が一点でなく，広がりをもつことによる．もう一つは，表現に用いるカテゴリーの意味にベイグネスが存在することによる．つまり広がりをもった刺激の射影を，表す意味に広がりをもったカテゴリーで表現するために，一つの刺激を表現するカテゴリーの候補として，複数のカテゴリーが該当することによる．

これらに対して個人間での変動は，複数の被験者が同一刺激を評価した場合に，その結果が異なるという形で現れる．この個人差は，上述の射影関数の形，あるいはカテゴリーの意味が個人ごとに異なっていることによって生じる．とくにカテゴリーの意味の間に大きな個人差が存在する場合には，程度の誤解を生じやすくなる．

4.3　従来の評定判断過程モデル

評定判断過程のモデルは，評定尺度法によって測定された結果からカテゴリーの心理尺度を構成する方法と，さらにこの尺度を用いて刺激の心理尺度値を推定する方法を与えるために用いられる．この心理尺度値はP-連続体上の位置であり，刺激のもつ属性の主観的な程度を表している．

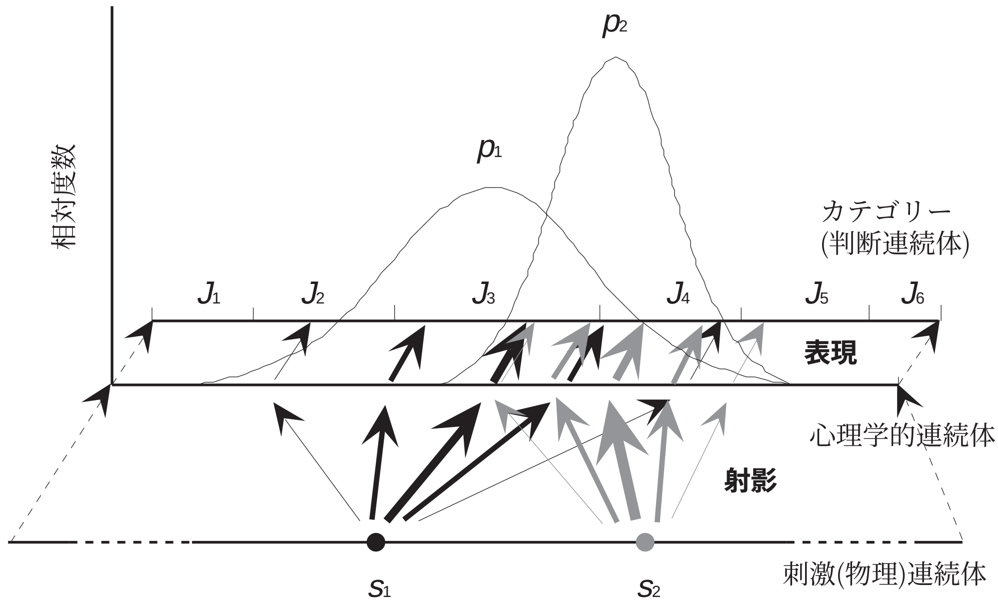


図4-1　従来の評定判断過程のモデル：従来の評定判断のモデルは，確率論にもとづいている．S-連続体上の刺激s_iはP-連続体上の一点に射影されるが，反復測定することによりその射影は正規分布になる．つまり刺激のP-適連続体上への射影は理想的には一つの真値となるのが，測定(判断)の誤差による変動がともない確率分布p_jとして表現される．そしてこのP-連続体上の射影の位置は，対応するJ-連続体上のカテゴリーJ_kの端点と比較されて，カテゴリーを用いて出力される．またこのカテゴリーは明確に境界が定まっていると仮定されている

評定尺度法は，精神物理学という心理学の分野で発展させられた方法で，広く人文・社会系の分野で使用されている．これらの分野では，評定結果から平均的な心理尺度値を求めることが多い．このことは，評定者が集団の場合には，その中におけるコンセンサスを，また個人の反復評定の場合には，その個人の代表値を求めていることに当る．したがって，ギルホードのモデル[1959]では，個々の測定結果よりも測定結果全体の統計的な性質(結果の分布に関係する指標)が重視される．また個々の評定結果は，判断連続体(J-連続体)上で境界が定まっているカテゴリーとP-連続体上の一点に射影された刺激の像を比較することによって得られるとされる．これらの評定結果の変動は，集団の場合には，集団を代表する理想的な評定者が反復評定を行ったときに生じる誤差として扱われる．同様に個人の場合には，理想状態で評定が行われた評定結果からの誤差として扱われる．この様子を図示したものが**図4-1**

である．このモデルでは，射影関数は確率的な誤差を除けば，安定していることが仮定されている．

しかし例えば次のような場合には，このモデルを適用することが問題となる．

・評定間で，射影関数が変動していることが明らかな場合

・平均値でなく，個々の評定結果に対する心理尺度値が重要な場合

上記の場合はいずれも，このモデルの仮定を満たさないため，このモデルをもとにした心理尺度構成法を用いることはできない．またこのモデルにもとづいて処理を行うためには，モデルを満たすデータが得られるような実験計画を強いられることになり，好ましいとはいえない．さらに，このモデルから導かれた心理尺度構成法は評定結果の分布を用いるため，言語表現の定量化で必要となる一回の評定結果だけから心理尺度値を求めることは不可能である．したがって本論文の目的には適していないことがわかる．

4.4　ファジィ理論を用いた評定判断過程の新しいモデル

新しいモデルは，一人の評定者を対象とする個人対応型のモデルとする．このことは，4.2.2で述べた個人内の要因による変動だけを扱うことに当る．また同じ刺激に対する評定結果であっても，文脈効果などの影響を受けるために，射影関数が一定であることはほとんどない．そこで同一刺激に対する複数回の評定は反復評定として扱うのではなく，個々に異った評定として扱う．つまり反復測定による射影位置の変動は，このモデルでは存在しない．したがってここで扱うのは，**図4-2**に示し

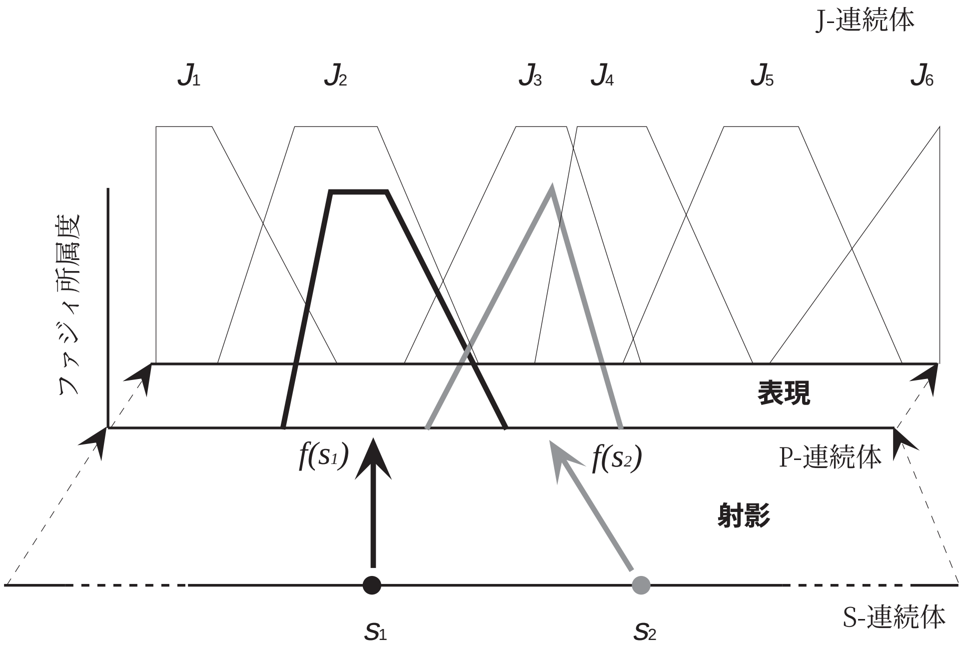


図4-2　新しい評定判断過程のモデル：提案する評定判断のモデルはファジィ理論にもとづいている．S-連続体上の刺激s_iのP-連続体上の射影はファジィ集合として表される．つまり刺激のP-適連続体上への射影$f(s_i)$は，主観的な程度が広がりをもつために，一点として表現できないことが多い．そしてこのP-連続体上の射影の位置は，J-連続体上のファジィ集合であるカテゴリーJ_kを選択することにより表現される．

た表現過程のうちの二つの要因である．この幅をもった刺激の射影とカテゴリーのベイグネスは，それぞれ第2章で説明したファジィ集合によって表現することができる．そしてこの射影からカテゴリーを選択する方法には，2.3.2で説明した真理値限定規則を利用していると仮定する．以上のような条件を満たすために，新しい評定判断過程のモデルに**表4-1**に示した三つの仮定を設けた．

表4-1　評定判断過程のモデルに設けた仮定：評定判断過程のモデルに次の三つの仮定を設けた．このうち仮定1は過去の知見より得られたものであるので妥当性の検証は必要ないが，他の二つはその妥当性が後に検証される．

	内　容
仮定1	**評定判断の二過程性** 評定判断は刺激を心理学的連続体上に射影する過程と刺激の射影に対応するカテゴリーを選択する過程の二つから構成される
仮定2	**心理学的連続体の性質** 評定判断おける心理学的連続体は真理値空間([0,1]全体集合)に置き換えることができる
仮定3	**評価カテゴリーの選択** 評価カテゴリーの選択は評価属性に関する命題の真理値限定と等価である

仮定1は4.2.1で述べた評定判断の二過程に関するものである．評定判断過程をファジィ集合論の立場から解釈すると，評価属性というファジィ集合の所属度を各刺激(要素)対して決定し，それを表現しているとみなすことができる．これに従えば，S-連続体はファジィ集合を定義する全体集合を，P-連続体は所属度をそれぞれ表している．射影過程は，刺激をP-連続体上の広がりをもった主観的な程度に射影している．この刺激はファジィ集合の要素，主観的な程度は評価属性に対する所属度を表している．また所属度がベイグネスを有していることは，type-2ファジィ集合のファジィ所属度となっていることを意味する．つまり射影過程は全体集合上の要素に対して，ファジィメンバシップ関数$v_{f(s_i)}(x)$を与えていると解釈できる．このファジィ集合のレベルαは，刺激s_iが主観的な程度xをもつ確信度に相当する．そして表現過程は，この$v_{f(s_i)}(x)$を評価カテゴリーJ_kを用いて表現しているとみなせる．

仮定2と3は，表現過程におけるカテゴリー選択法を与えている．**仮定2**はP-連続体と真理値空間の等価性を規定するものである．つまり，刺激の主観的な程度であるファジィ所属度$v_{f(s_i)}(x)$と「刺激は評価属性をもつ」という命題のファジィ値真理値$\tau_{s_i}(t)$を等価と仮定していることに当る．また**仮定3**はカテゴリーの選択方法を規定するものである．カテゴリーの選択は，命題のファジィ値真値値$\tau_{s_i}(t)$とカテゴリーと同じ言語ヘッジm_jをもつ言語真理値$\mu_{m_j\,true}(t)$の一致の程度をもとに行われると仮定する．一致の程度は，$\tau_{s_i}(t)$を$\mu_{m_j\,true}(t)$で真理値限定を行って得られた新しい命題の真理値として表現される．そしてこの新しい真理値を閾値θを比較することによって，選択の決定がなされると仮定している．この方法では，命題の真理値の判断，とくに真理値限定が重要な役割を担っているので，表4-1ではカテゴリーの選択を“命題の真理値判断と等価”と表現した．

図4-3の男性の背の高さに関する評定判断が行われる過程を例として，このモデルもとづいて評定結果が得られる過程を説明する．この例では刺激s_iはその男性の物理的な身長である．まずこの身長は，評定者によって主観的な背の高さの程度$v_{f(s_i)}(x)$

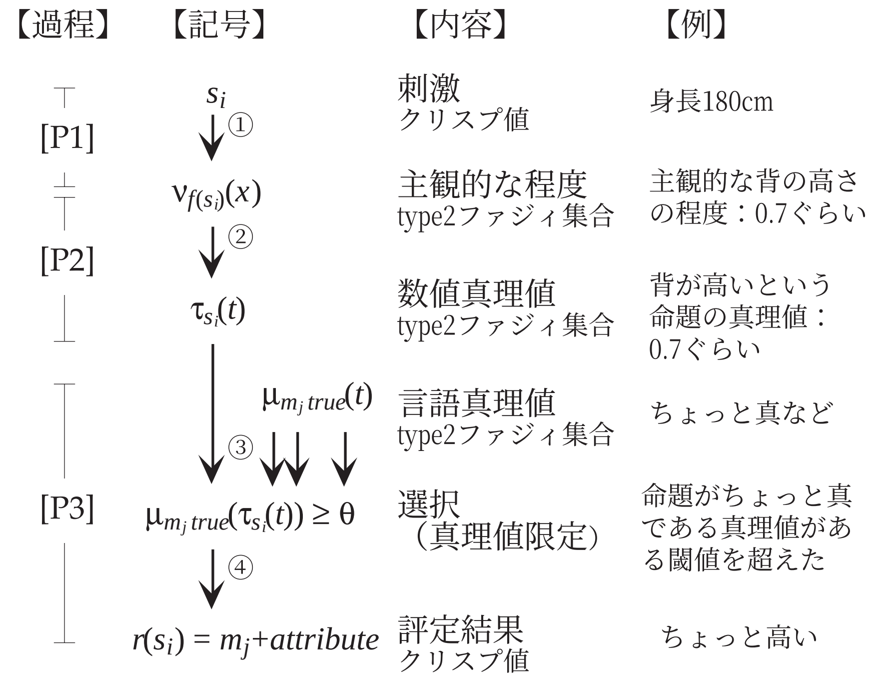


図4-3　ファジィ理論にもとづく評定判断過程のモデル：①刺激はまず主観的な程度に変換される．②次にこの主観的な程度は評価属性（この場合背が高い）をもつという命題の数値的な真理値とみなされる．③例えばこれを言語真理値“ちょっと真”で限定し，それによって得られる新しい命題の真理値を求める．④この新しい命題の真理値がある閾値を越えたとき，カテゴリーちょっと高いが出力される．また左端の過程P1~P3は(4-1)~(4-3)式の過程に対応する

に変換される[P1]．この主観的な程度は，評定者の内部(つまり頭の中)にあるため，他者にはわからない．そこで外部に表現するためにカテゴリーが用いられる．それにはまず背の高さの主観的な程度$v_{f(s_i)}(x)$が「身長s_i[cm]の男性は背が高い」という命題のファジィ値真理値$\tau_{s_i}(t)$に置き換えられる[P2]．次にこの$\tau_{s_i}(t)$を言語真理値$\mu_{m_j\,true}(t)$(例えば，“ちょっと真”など)によって限定し，新しい命題のファジィ値真理値$\mu_{m_j\,true}(\tau_{s_i}(t))$を求める．そしてこの値がある閾値$\theta$を越えたときに，言語真理値と同じヘッジ$m_j$をもつカテゴリー(ちょっと高い)が評定結果$r(s_i)$として選択される[P3]．上記の三つの過程を表したものが，次の(4-1)から(4-3)式である．

$$\text{[P1]}\quad s_i \rightarrow v_{f(s_i)}(x) \tag{4-1}$$

$$\text{[P2]}\quad v_{f(s_i)}(x) \rightarrow \tau_{s_i}(t) \tag{4-2}$$

$$\text{[P3]}\quad \mu_{m_j\,true}(\tau_{s_i}(t)) \geq \theta \rightarrow r(s_i) = m_j + attribute \tag{4-3}$$

命題の真理値$\tau_{s_i}(t)$はtype-2ファジィ集合であるため，2.3.2で述べたように言語真理値によって変換されるのはtである．したがって厳密には，$\tau_{s_i}(\mu_{m_j\,true}(t))$と表記すべきであるが，$\tau_{s_i}(t)$を$\mu_{m_j\,true}(t)$で限定したということを強調するために，あえて$\mu_{m_j\,true}(\tau_{s_i}(t))$と表記している．また(4-3)式の中の“true”を“unitary true”と仮定すると，限定によって得られる命題の述部が同じ言語ヘッジをもつカテゴリーと一致することを2.3.2で述べた．しかしここでは必ずしもこの性質を必要としとないので，とくに“unitray true"と仮定しない.

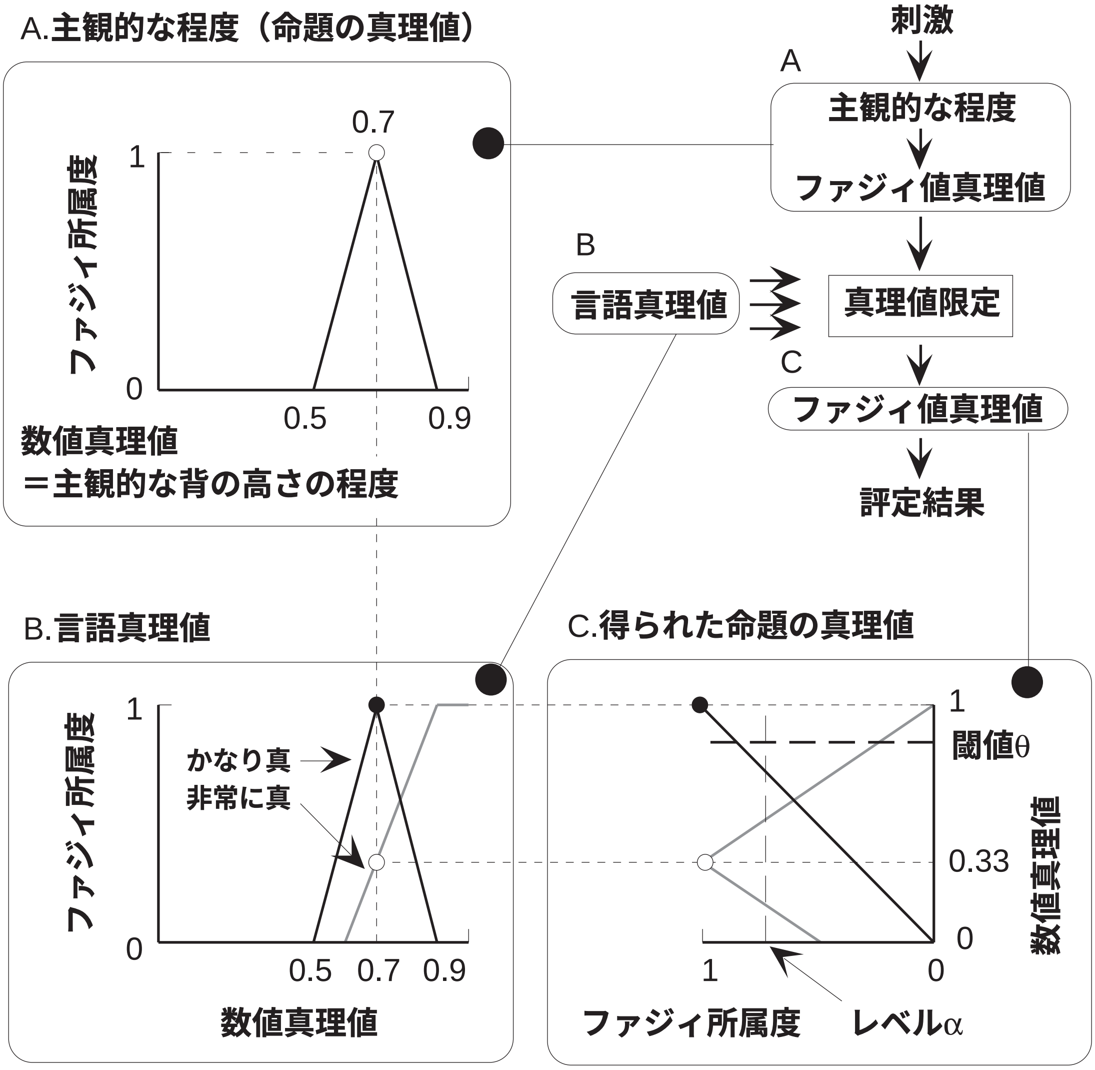


図4-4　ファジィ集合により表現したカテゴリーが選択される過程：図4-3の評定判断過程のモデルをファジィ集合により表現した．命題の真理値Aを言語真理値Bで限定すると，新しい命題の真理値Cが得られる．この真理値のαレベル集合の上限$a_2(\alpha)$が閾値θを越えたときに，限定に用いた言語真理値と同じ言語ヘッジをもつカテゴリーが選択される．この例の場合，“かなり真”の$a_2(\alpha)$が1となり，カテゴリー“かなり高い”が選択される．

図4-4は，過程3に従ってカテゴリーの選択が行われる過程を，ファジィ集合を用いて示したものである．Aの命題の真理値をBの言語真理値で限定して得られた新しい命題の真理値はCのようになる．図中に，もとの命題の真理値の1レベル集合(数値真理値:0.7)が変換されていく過程を丸印で示した．C図の1レベル集合は，確信度のレベルが1(つまりもっとも確信度が大きい)ときに，例えば「身長s_i[cm]の男性は背が高い」が“かなり真”である程度(数値真理値)を表している．したがって(4-3)式の得られた真理値$\mu_{m_j\,true}(\tau_{s_i}(t))$が$\theta$以上であるという条件は，得られた真理値の$\alpha$–レベル集合の上限値$a_2(\alpha)$が$\theta$以上であると考えることができる．式で表現すると，(4-4)式のようになる．この例の場合，言語真理値に“かなり真”を用いたときには，$a_2(1)=1$，また“非常に真”を用いたときには$a_2(1)=0.33$となる．このとき閾値をθ=0.8とすると，カテゴリーとして“かなり高い”が選択されることになる．

$$a_2(\alpha) \geq \theta \rightarrow r(s_i) = m_j + attribute \tag{4-4}$$

ただし

$$\mu_{m_j\,true}(\tau_{s_i}(t)) = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha \cdot [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \tag{4-5}$$

この閾値θ，レベル集合のレベルαとも，被験者個人のもっている判断の基準により決定される．そして評定に取り組む姿勢などの影響を受け変化するので，これらに明確な数値を与えることは不可能である．ただ定性的には非常に厳密な評定を行う被験者では，θ,αとも1に近く，実験に非協力的な態度を示す者や生来いい加減な性格のものでは先の者に比べて，θ,αとも小さくなることは予想できる．

ところで，ファジィ値真理値と言語真理値を比較してその言語真理値がカテゴリーとして使用されるか否かを決定するのであれば，(2-24)式の一致度を使う方が簡単で直接的であると思われるかもしれない．しかしこの演算から得られる情報は，二つのファジィ集合が一致するレベルの最大値だけである．もとの命題の1レベルが，どれだけ一致したのかといった情報は得られない．これに対して，真理値限定を用いた場合には，もとの命題の真理値の確信度(つまりファジィ所属度)ごとに，一致している程度が得られる．このような理由から本論文では，真理値限定規則をカテゴリー選択のモデルに採用した．

また図4-3にも示したように，評定判断過程で外部から観察することのできる刺激と評定結果はクリスプ集合として表される．第1章でも述べたように，評定結果の出力されるカテゴリーはファジィ集合としてカテゴリーの意味が出力されるように一見思えるが，出力されているのはファジィ集合であるカテゴリーに割り当てられた固有の記号であり，他と区別するという機能しか持たない．したがって他者がこの意味を理解するためには，評定者からの記号を自分自身の中でのその記号に対するファジィ集合を使って再表現する必要がある．同一記号を持つファジィ集合の形状つまり意味が異なっておれば，誤解が生じることは言うまでもない．この問題を解決する手段が心理尺度構成であり，これについては次章で取り上げる．

4.5　仮定の検証

4.5.1　目的および検証方法

本節では提案モデルに設けられた仮定を実験的に検証し，本モデルの妥当性を示すことを目的とする．表4-1に示した三つの仮定のうち，仮定1はギルホードのモデル[1959]でも使用されており，また知見としても広く認められているので[柿崎 1974]，ここでは検証する対象より除外する．したがって検証を要する仮定は，表現過程に関する残り二つのものとなる．つまり(4-2)式と(4-3)ないしは(4-4)式が成立することを示せばよい．

ここでは(4-4)式を変形して，検証のための条件を導く．まず(4-2)式の“ → ”は等号に置き換えることができるので，それを置換したものを(4-5)式に代入すると次式

が得られる．

$$\mu_{m_j\,true}(v_{f(s_i)}(x)) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]$$

刺激s_iに対する評定から得られたカテゴリーの言語ヘッジを$m(s_i)$とし，上式に代入すると(4-6)式が得られる．

$$\mu_{m(s_i)\,true}(v_{f(s_i)}(x)) = \bigcup_{\alpha\in(0,1]} \alpha\cdot[a_1(\alpha),a_2(\alpha)] \tag{4-6}$$

よってs_iに対する主観的な程度$v_{f(s_i)}(x)$とカテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値$\mu_{m(s_i)\,true}(t)$を求めることができれば，(4-6)式のレベル集合の上限値$a_2(\alpha)$を用いて仮定の妥当性を検証することができる．

$$a_2(\alpha) = CP(\alpha) \geq \theta \tag{4-7}$$

この(4-7)式は，実際の評定によって得られた言語ヘッジがモデルから選択される条件を示している．そこでこの$a_2(\alpha)$を選択可能性値と呼び，$CP(\alpha)$と表す．以下ではこの指標を用いて妥当性の検証を行う．

4.5.2　実験条件および方法

実験は二つの実験から構成されている．実験1では「くじの当選確率」を，実験2では「日本人成人男性の身長」をそれぞれ刺激として用いた．それぞれの実験で$r(s_i),v_{f(s_i)}(x),\mu_{m_j\,true}(t)$を求めるために，以下に示す三つの課題を行わせた．

課題1：カテゴリー判断課題

課題2：メンバシップ関数同定課題

課題3：言語真理値同定課題

課題1では，評価カテゴリーを用いた評定判断によって，各刺激に対して選択されるカテゴリー$r(s_i)$を求めた．回答には，**図4-5**(a)に示したような，刺激と回答用のカテゴリーが印刷された回答用紙を用いた．回答に使用できるカテゴリーは，“かなり”や“ちょっと”などの9個の言語ヘッジと“高い”あるいは“低い”を組み合せた18個に“高くも低くもない”を加えた計19個である．ただし実験2では，実験1で使用頻度の低かった“すごく”を言語ヘッジから除いた．またここで用いた言語ヘッジは，22名の被験者について54種のヘッジの使用頻度を調査し，そこで頻度が高いとされたものの中から選択している[門脇 1991].

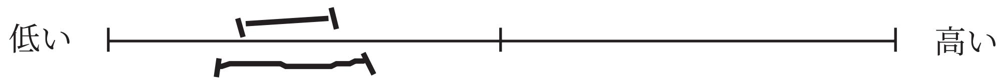
実験1では，くじ100本中の当りくじの本数[0,100]を全体集合とし，0から10本刻みの11個を本刺激，その間の6個をダミー刺激とした．評価はダミー刺激，本刺激の順に行わせた．両刺激とも大きさがランダムな順序になるように配列した．また実験2では男性の身長120cmから200cmを本刺激の全体集合とし，10cm刻みの9個を本刺激

として用いた．またダミー刺激として，本刺激の全体集合の外側の115cm,205cmと全体集合の中から3個の計5個を用いた．身長の場合には，くじの当選確率と異なり，全体集合が文脈によって決定される．そこで全体集合が形成されるのを助けるために，ダミー刺激を本刺激の外側に設定した．実験1と同様，ダミー刺激，本刺激の順に行わせ，配列はランダムになっている．

当たりが100本中5本
☐高い，　☑低い，　☐高くも低くもない
☐かなり　☐けっこう　☑すごく　☐少し　☐だいぶん
☐ちょっと　☐非常に　☐まあまあ　☐むちゃくちゃ

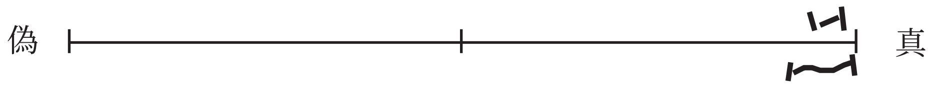
(a)　課題1(カテゴリー判断課題)で用いた回答用紙

当たりが100本中25本



(b)　課題2(メンバシップ関数同定課題)で用いた回答用紙

むちゃくちゃ真



(c)　課題3(言語真理値同定課題)で用いた回答用紙

図4-5　実験1で用いた回答用紙とその回答例：三つの課題で用いた回答用紙の例とそれらの回答の例を示したもの．課題1では与えられたくじの当たりの本数に対してそれを表現するのに適したカテゴリーを選択させた．課題2では与えられたくじの当たりの本数が，左端が“完全に低い”，右端が“完全に高い”に対応した10cmの尺度図上で該当する位置を記入させた．また課題3では与えられた言語真理値が左端が“完全に偽”，右端が“完全に真”に対応した10cmの尺度図上で該当する位置を記入させた．課題2と3では位置の記入の際にそれを“もっともよく表している範囲”を尺度図の上側に，“表しているとみなせる範囲”を下側に記入させている．

課題2では，ファジィグラフ評定尺度法[Hesketh et al. 1988a,b]によって，刺激の“高さ”—“低さ”に関するファジィメンバシップ関数$v_{f(s_i)}(x)$を求めた．回答には図4-5(b)に示したような長さ10cmで，両端と中央にアンカーを設けた尺度図を用いた．左端のアンカーは“完全に低い”，右端は“完全に高い”に対応している．そしてこの尺度図を用いて，与えられた刺激の主観的な高さあるいは低さの程度を表す範囲を回答させた．この際に確信度(レベル)αが異なる“もっともよく表している範囲”と“表しているとみなせる範囲”の二つを記入させた．実験の教示を行ったときに，後者は“完全に表していない範囲”を除いたところと同じであるという補足説明を与えている．刺激は実験1，2とも課題1で用いたものと同じものを使用している．

課題3では，ファジィグラフ評定尺度法によって，言語真理値のファジィメンバシップ関数$\mu_{m_j\,true}(t)$を同定させた．図4-5(c)に示したように，回答には課題2と同様，三つのアンカーを設けた尺度図を用いた．左端のアンカーは“完全に偽”，右端は“完全

全に真 ” に対応している．この尺度図を用いて，課題1で用いられている9種(実験2-では8種)の言語ヘッジと “ 真 ” または “ 偽 ” から作られる言語真理値(例えば “ かなり真 ” など)18種(16種)および “ 真でも偽でもない ” の表す範囲を答えさせた．課題2-と同様に，言語真理値を “ もっともよく表している範囲 ” と “ 表しているとみなせる範囲 ” の二つを回答させた．

実験は全被験者とも実験1,2の順に行い，実験2は実験1のおよそ2週間後に実施された．実験1,2とも上述の三つの課題を1冊にまとめた回答用紙を用いて行い，回答の速度は被験者自身によって決定された．課題の回答順序は，実験1では全被験者とも課題1,2,3の順とした．また実験2では，被験者の半数は1,2,3，また残りの半数は3,1,2の順とした．回答順序による結果の差は認められなっかたので，以降の解析ではとくに区別を行っていない．

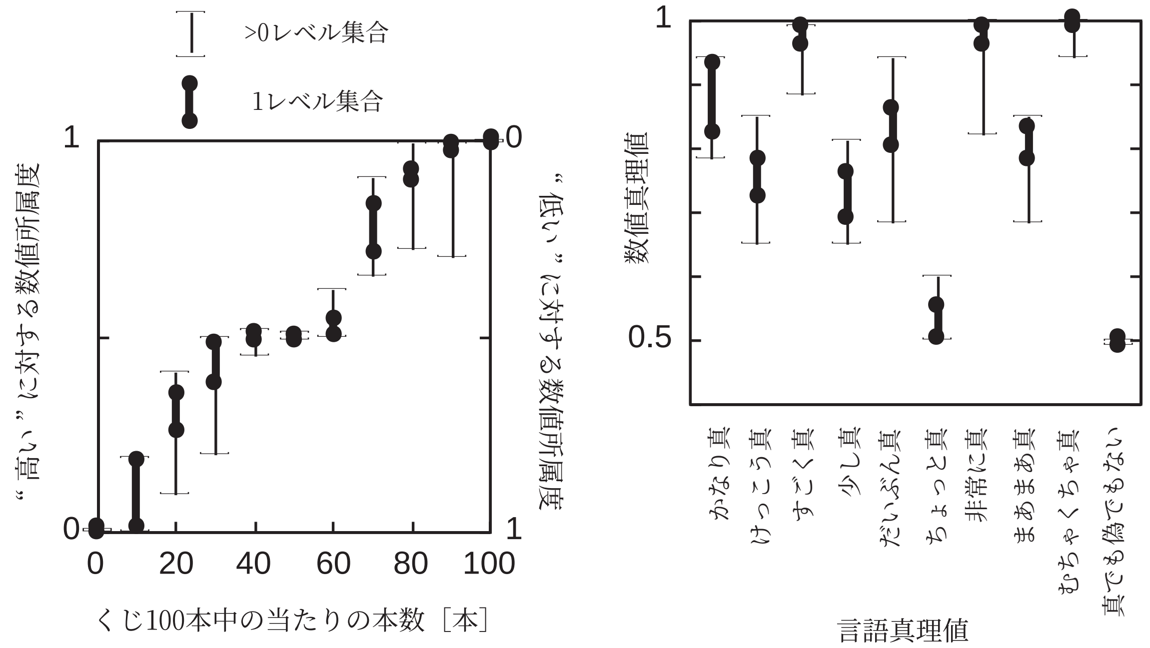
被験者は，実験1,2とも日本人の男子学生20名であった．彼らは日本語を母国語としており，カテゴリー，言語真理値等の意味の理解は全く問題がない．このうち実験1,2に共通して参加した者は18名であった．また有効なデータが得られた被験者は実験1では14名，2では19名であった．以降の解析では，これらの被験者のデータだけを用いた．一部の被験者で有効なデータが得られなかった理由は，課題3の言語真理値の同定で “ 真 ” と “ 偽 ” を誤ったことと，課題1で無評定の刺激が存在したことが挙げられる．

4.5.3　実験結果

まず課題2および3で得られた結果を数値化した．尺度図の左端を0，右端を1として，得られた範囲の端点の位置1mmを0.01に変換した．課題2,3の “ もっともよく表している範囲 ” と “ 表しているとみなせる範囲 ” はファジィメンバシップ関数のレベル集合を表している．これらの具体的なレベルは不明であるが，ここでは設問の意味通りにそれぞれ1レベル集合，>0レベル集合として扱った．また言語真理値については，(0,1]レベルのレベル集合のファジィメンバシップ関数を1および>0レベル集合から線形補間して求めた．

図4-6(a)は，実験1の課題2から得られたくじの当る確率に対する “ 高い ” — “ 低い ” のファジィメンバシップ関数$v_{f(s_i)}(x)$の1例を示したものである．両極尺度を用いてファジィメンバシップ関数を同定しているので，[0,0.5)の範囲は “ 低い ” に関する数値所属度を，また(0.5,1]は “ 高い ” に関する数値所属度を表している．このため “ 高い ” については数値所属度が0.5以下の範囲の値が，また “ 低い ” については0.5以上の範囲の値が不定となっているが，それぞれの範囲では反対概念の所属度を “ 高くない ” あるいは “ 低くない ” に関する所属度の推定値として用いている．また図4-6(b)には，課題3から得られた言語真理値のファジィメンバシップ関数のうち，真に関するものだけを示した．

この被験者の結果を例として(4-7)式の選択可能性の計算例を示す．この被験者の場合，課題1で当りの本数70本に対して “ かなり高い ” という回答$r(70)$が得られている．これに対して課題3から得られた “ かなり真 ” の>0,1レベル集合はそれぞれ



(a)　課題2から得られたくじの当選確率の高さ-低さに関するtype-2ファジィ集合

(b)　課題3から得られた言語真理値のtype-2ファジィ集合

図4-6　実験1から得られた二つのtype-2ファジィ集合の例：(a)は課題2から得られたくじの当選確率の高さ−低さに関するtype-2ファジィ集合である．数値所属度0.0から0.5は低さに関する所属度，0.5から1.0は高さに関する所属度を表している．(b)は課題3から得られた言語真理値のtype-2ファジィ集合である．ここでは真に関するものだけを示してある．両図とも“もっともよく表している範囲”を1レベル，“表しているとみなせる範囲”を>0レベル集合として示した．

[0.78,0.94],[0.82,0.93]である．これらのレベル集合から推定された“かなり真”のファジィメンバシップ関数は(4-8)式で表される．

$$\mu_{\text{“}kanari\text{”}\ true}(t) = \begin{cases} 25t - 24.22 & t \in [0.78, 0.82) \\ 1 & t \in [0.82, 0.93] \\ 94 - 100t & t \in (0.93, 0.94] \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{4-8}$$

これと課題2で得られた$\nu_{f(70)}(x)$の1レベル集合[0.71,0.83]から(2-43)式を用いて新しい命題のファジィ値真理値の1レベル集合を求めると[0,1]となり，この結果“かなり高い”の1レベルでの選択可能性値$CP(1)$として1が得られる．この例の場合，本モデルから推定されるカテゴリーと課題1から得られた評定判断によるものが矛盾していないことがわかる．

また“ちょっと低い”などの“低い”の側について真理値限定を行う場合は，“ちょっと偽”ではなく，(2-34)式で計算される“ちょっと真”のtype-2の否定を使った．これは課題3の同じ言語ヘッジをもつ“真”と“偽”に関する言語真理値のファジィメンバシップ関数が，数値真理値0.5を軸とする線対称になっていないことによる．真理値限定を行う場合にどちらを用いるかが問題となるが，“ちょっと低い”

という判断は“高い”と“ちょっと偽”から導かれたのではなく，“低い”と“ちょっと真”から導かれたと考える方が自然である．そこで“完全に低い”を表す0に数値真理値の1を対応させるために，言語真理値のtype-2の否定を用いた．

(4-7)式からわかるように，モデルの妥当性の検証には閾値θとレベルαの二つの指標が関係する．ここでは，θの値を固定して実験値がこの式を満たす程度を求めた．**図4-7**は，実験1および2から得られた実験値を用いて求めた$CP(\alpha)$の分布を二つのレベルについて示したものである．ここではθの値により6つの区間に分割し，それぞれが全体に占める比率を示した．まず図中白色で示したθ=1のもとで(4-7)式を満たしたデータの割合を見ると，実験1および2ともほぼ差がなく，1レベルでは約60%，また>0レベルでは約80%となっている．このことからα=1,θ=1というもっとも厳しい条件でも全体の60%が，またα>0に緩和すると約80%がモデルを指示していることがわかる．

ところで図4-7から得られた結果を見ると，実験1および2-の二つのレベルとも，モデルを支持するθ=1とモデルを支持しない[0,0.2)に全データの約90%が集中していることがわかる．このように分布が極端な双峰性になっていることは，モデルを支持しないデータがそれを支持するデータと同じ条件のもとで得られたのではなく，モデルの妥当性に無関係な理由のために選択可能性値が低下した可能性がある．この(4-7)式を満足していないデータについては，その理由を次項で考察する．

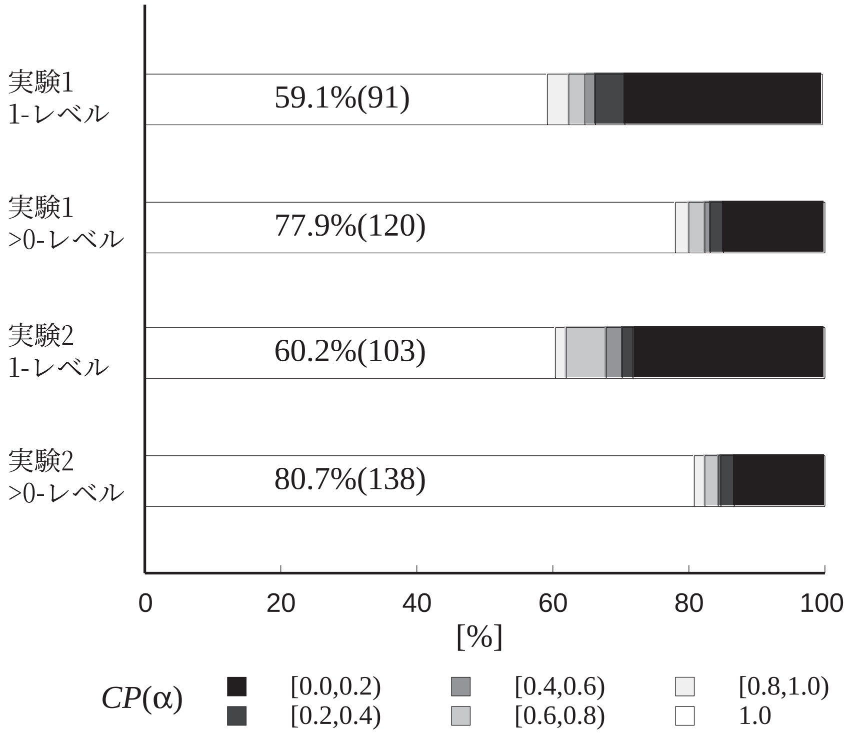


図4-7　選択可能性$CP(\alpha)$**による仮定の妥当性の検証結果**：実験1および2から得られた$CP(\alpha)$を二つのレベル集合について示したもの．$CP(\alpha)$の各区間はその下限値を含み，上限値は含まない．図より両実験とも1レベルでは60%，>0では80がを満たすことが見てとれる．また図中括弧内に示した数値は実際のデータ数である．なお，実験1の全データ数は154，2は171である．

4.5.4　考察

心理実験において完全に条件を満たすことはほとんどないということを考慮すれば，これら二つの結果は両レベルともモデルを十分支持する結果であるといえる．しかし，条件を満たさなかったデータについて，その理由がモデルに用いていられ

ている仮定に無関係なものであることを示せばより明確になる．そこで実験1と2で図4-7のもっとも厳しい条件$CP(1)=1$を満たさなかったデータそれぞれ63,68個について理由を検討した．その結果，主な理由として次の四つのものが見いだされた[吉川，西村 1991a].

①言語真理値あるいは主観的な程度のファジィメンバシップ関数のレベル集合を回答する際の記入誤差によるもの.

②レベルαあるいは閾値θが小さかったことによるもの.

③主観的な程度のファジィメンバシップ関数の回答の際に，物理的な刺激の大きさを尺度図上に記入していることによるもの.

④文脈効果のために，刺激の変化にともなってカテゴリーあるいは主観的な程度が単調に増加していないもの.

①については，ここで回答させている“もっともよく表している範囲”と“表しているとみなせる範囲”という二つの範囲の境界が明確に定まっているものでないことが挙げられる．さらにこれに加えて，回答から得られた区間値の1mmを0.01に変換していることが理由として挙げられる．これらのために，記入時に数mm程度の変動は避けることができない．一例を示すと，被験者YMIの実験1の0本に対する>0レベルの区間は[0,0]，また1レベルも[0,0]であったが，真理値限定に用いた“むちゃくちゃ真”のそれぞれの区間は[0.75,1],[0.95,0.99]であった．仮に“むちゃくちゃ真”の1レベルが[0.95,1]であれば$CP(1)$は0から1になる.

②ついては，一つは4.4で触れた被験者の特性の影響を受けているものと考えられる．またこれとは別に，もっとも一致するカテゴリーを選択するのでなく，自分が使い慣れたものや既に使用したものを用いる傾向のある被験者がいたことも理由として挙げられる．例えば，被験者UEKの実験1の90本に対する区間は[0.70,0.99],[0.97,0.99]であるので，被験者が実際に選んだ“かなり”をもとにした“かなり真”[0.78,0.94],[0.82,0.93]よりも“非常に真”[0.82,1],[0.96,0.99]を用いた方が$CP(1)$は大きくなる．しかしこの被験者は70から90本を“かなり高い”と評価し，“非常に”というヘッジは他の刺激についても使用していない．ただし，この①と②は，実際には，どちらの理由によるものかを明確に分離することは難しい．したがって後の考察では①と②を一まとめとして扱う.

また③については，主観的な程度の区間を回答する際に被験者が課題の意味をよく理解していなかったことが挙げられる．これらの被験者では，刺激の主観的な程度でなくて，全体集合の中の刺激の位置を回答していた．このような被験者は実験1,2で合わせて3名認められた.

最後に④であるが，刺激の呈示の順序によっては前の刺激の影響を受けって主観的な程度の区間値あるいはカテゴリーが変動したと考えられる．課題1と2は同時に行っていないので，一方の課題で結果が変動した場合には当然$CP(\alpha)$は小さくなる．例えば被験者OSNの実験2についてみると，120cmの区間値が[0.10,0.20],[0.15,0.19]で，130cmのそれが[0.04,0.18],[0.10,0.13]で逆転している．このとき120cmでの$CP(\alpha)$が小さくなっており，課題2で区間値を回答する際に文脈効果の影響を受けたと考えられ

る.

ここに述べた四つの理由はいずれも，区間値の測定法によるものや課題が正しく遂行されていないことや，あるいは被験者の特性の問題であり，モデルの仮定を否定するものでない．先に示した$CP(1)=1$を満たさなかった実験1と2のデータそれぞれ63,68個は，①あるいは②で説明されるものが実験1で39個，2で35個，また③で説明されるものが11個，4個，④によるものが4個，6個となる．これよりモデルの妥当性を支持しないものはそれぞれ9個，23個になる．これらはそれぞれ全データの約6%, 13%であることから，本提案モデルは実験的にその妥当性が検証されたと結論づけることができる.

4.6　まとめ

本章では評定判断結果の変動を招く要因を明かにし，従来の評定判断過程のモデルにおけるそれらの要因の扱い方とそれに付随する問題点を明確にした．また従来モデルで考慮されていなかった要因のうち，言語表現の定量化問題を扱う上で不可欠であるカテゴリーのベイグネスと判断の幅をファジィ集合として表現し，カテゴリーの選択が評価属性に関するファジィ命題の真理値限定にもとづいて行われるという新しい評定判断過程のモデルを提案した．そしてこのモデルに必要な三つの仮定を示すとともに，そのうち二つの仮定の妥当性を心理実験を通して検証した.

本提案のモデルの特徴は従来のモデルと異なり，一人の被験者の一回の評定を扱うという点にある．これは本論文の目的とする言語表現の定量化のために必要とされる要件を満たすものとなっている．このモデルは，次章でカテゴリーを用いた評定判断結果を定量化するための心理尺度構成法と尺度推定法を導出するために用いられる.

またカテゴリー選択が真理値限定によって行われるということは，評価属性が異ってもそのつど新たにカテゴリーを用意する必要がなく，カテゴリーと同じヘッジを持つ言語真理値さえ用意されていれば同様に実行できるということを意味する．このことは，人間の脳の記憶領域が有限であることや新しい属性に対しても評定判断が行えるという人間の情報処理の柔軟性ともよく一致している.

第5章　ファジィ範疇法による心理尺度の構成

5.1　緒言

系列範疇法[ギルホード 1959]　は，カテゴリー尺度図を用いた評定によって得られた結果から心理尺度を構成する方法として，さまざまな分野において利用されている．しかし後にも述べるように，この方法には次のような問題点がある．

・カテゴリーのベイグネスを考慮した心理尺度の構成が行われていないこと

・主観的な程度に含まれる幅を考慮した刺激の心理尺度値の推定が行われていないこと

・一人の評定者の1回の評定結果から心理尺度値を求められないこと

これらの問題点の理由が系列範疇法を導くもととなった評定判断過程のモデルにあることは，すでに前章で述べた．

これに対して，前章で提案したファジィ理論を用いた評定判断過程のモデルは，一人の評定者の1回の評定を扱うことができる．そして主観的な程度に含まれる幅とカテゴリーのベイグネスは，それぞれファジィ集合として扱えることも示した．したがって，このモデルをもとにした心理尺度構成法を導くことができれば，上述した三つの問題を克服することが可能であると考えられる．

そこで本章では，

①カテゴリーおよび主観的な程度のベイグネスを考慮して，一人の評定者の1回の評定結果から心理尺度値を求めることができる心理尺度構成法を与えること

②その心理尺度構成法の妥当性および有効性を実験的に検証すること

を目的とする．

以下では，まず第4章で提案した評定判断過程のモデルを用いて，ファジィ範疇法と名付けられた心理尺度構成法を導出する[吉川,西村　1991b，1992a，b]．そしてこの方法では，カテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値のファジィ集合を用いて，カテゴリーの心理尺度が構成されることを示す．さらに，ファジィ範疇法の心理尺度構成法としての妥当性および有効性を，心理実験結果を用いて明かにする．このために，ファジィ範疇法とファジィグラフ評定尺度法[Hesketh et al. 1988a,b]によって得られた心理尺度値を用いて，両者による値が同等であること，およびファジィ範疇法から得られたカテゴリーの心理尺度値が間隔尺度の性質を満たすことを示す．また第3章で提案したBetween集合を用いて，二つのカテゴリーの“間”を表すカテゴリーの心理尺度値を表現した効果についても述べる．

5.2　系列範疇法による心理尺度構成

カテゴリー尺度図を構成するカテゴリーは，いわゆる順序尺度の性質を満たしている．すなわち，カテゴリー間の大小関係は定まっているが，その距離は不定である．そのためカテゴリー尺度を用いた評定結果に対して平均値や標準偏差を求めることは，厳密には意味をもたない．これらの統計的な指標が有効となるためには，

カテゴリーが間隔尺度の性質を満たす必要がある．そして順序尺度から間隔尺度を構成するように，一般に下位の水準の尺度から上位の水準の尺度を構成することを心理尺度構成と呼ぶ[西里 1975].

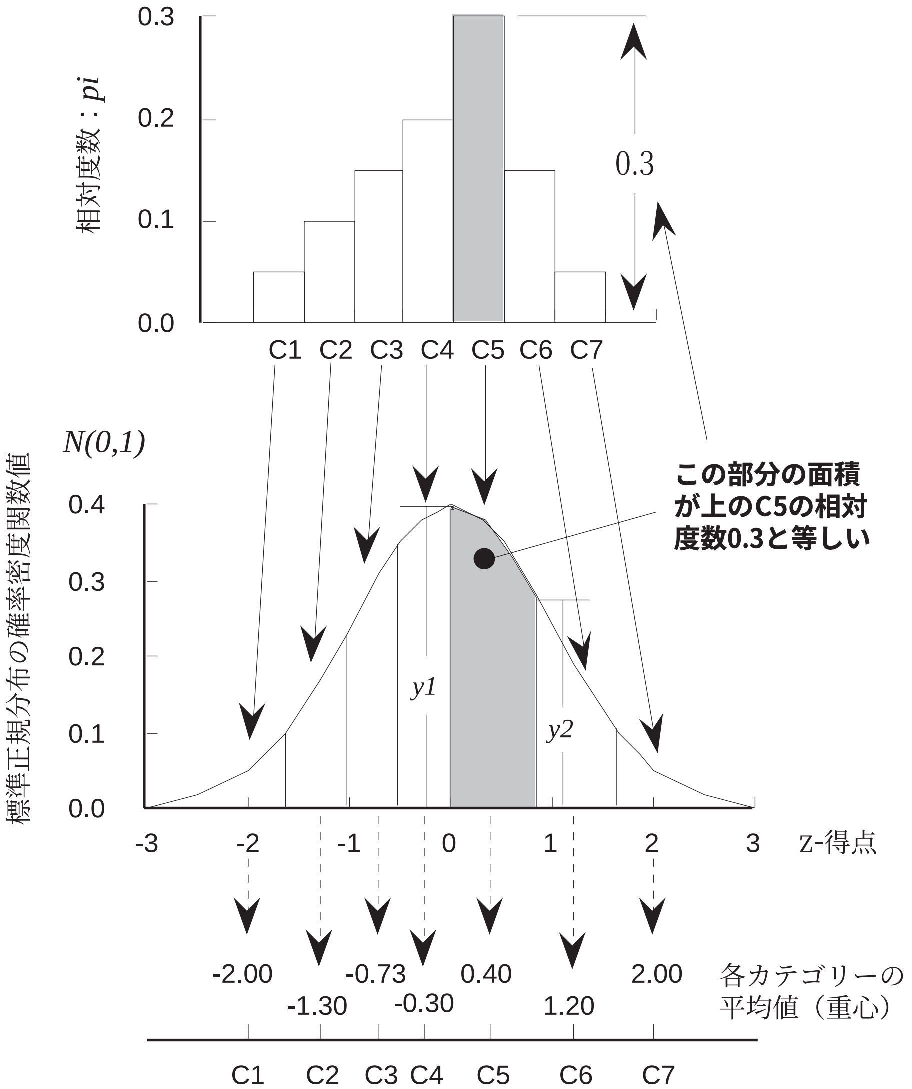


図5-1　系列範疇法による心理尺度の構成：まず各カテゴリーの相対頻度と等しい面積をもつように標準正規分布を分割する．次に分割された領域の重心を求める．重心は，領域の面積(p1-p2=0.3)でこの領域の両端の確率密度間数値の差(y1-y2=0.12)を除したものとして得られる．この重心がそのカテゴリーの平均値(0.40)となる．

系列範疇法は，順序尺度の性質をもつ系列カテゴリーに対して，間隔尺度の性質を満たす心理尺度値を与える方法である．この方法では次のような仮定を設けている．

・カテゴリー間に大小関係が定められること
・カテゴリーの境界は明確に定まっていること
・反復評定を行ったときに得られる評定結果が正規分布に従うこと
・評定結果の分布の標準偏差が各刺激の間で等しいこと

そして各刺激に対する評定結果の度数分布が標準正規分布となるように，カテゴリー

の境界を求めている．このようにして，標準偏差を単位とした距離尺度を構成している．

図5-1は，系列範疇法によって心理尺度を構成する手順を示したものである．

①各刺激ごとに，各カテゴリーに対する評定結果の相対度数と等しい面積をもつように標準正規分布を分割する

②分割された領域ごとに，(5-1)式に従ってその重心z_cを求める．これがカテゴリーの中心値となる．

$$z_c = \frac{y_1 - y_2}{p_2 - p_1} \tag{5-1}$$

y_1 : カテゴリー下限の確率密度関数値
y_2 : カテゴリー上限の確率密度関数値
p_1 : カテゴリー下限より下と判断された比率
p_2 : カテゴリー上限より下と判断された比率

③全刺激について，各カテゴリーの重心の平均値を求める．これがカテゴリーの平均尺度値となる．

また刺激の心理尺度値は，上記のカテゴリーの尺度値とその刺激に対する各カテゴリーの相対度数から重心を求めることによって推定される．

この尺度構成法の問題として，カテゴリーおよび主観的な程度のベイグネスが考慮されていないこと，あるいは1回の評定から刺激の心理尺度値が得られないこと以外に，次のようなものが挙げられる．

・全く使用されなかったカテゴリーの心理尺度値は推定することができないこと
・正規分布になるように十分多くのデータを採る必要があること
・等分散になるようにカテゴリーおよび刺激をうまく選択する必要があること

これらの問題点は，この処理法を用いるために実験条件に制約を課すことになり，好ましいと言えない．

5.3　ファジィ範疇法による心理尺度構成

5.3.1　ファジィ範疇法

本節では，4.2.2で述べたカテゴリーのベイグネスや主観的な程度に含まれる幅を考慮して，カテゴリーの心理尺度構成，および刺激の心理尺度値の推定を行う方法であるファジィ範疇法[吉川,西村 1991b，1992a，b]を導出する．その結論を示すと，この方法では，カテゴリーの心理尺度をそれと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値のファジィメンバシップ関数によって構成し，そしてこれを用いて刺激の心理尺度値の推定を行うことができる．

これは次のような理由による．この方法のもととなるのは，4.4で述べた評定判断過程のモデルである．まずこのモデルでは，主観的な程度を表現するカテゴリーを選択するために，P-連続体上のファジィメンバシップ関数として表現される射影像

が言語真理値によって真理値限定される．この結果得られる新しい命題のファジィ値真理値のαレベル集合の上限値$a'_2(\alpha)$と閾値θの比較を行うことにより，カテゴリーが決定されるとしている．実際にはその新しいファジィ値真理値の形状はわからないが，ここでは“unitary true”と仮定する．この仮定により，得られたファジィ値真理値のαレベル集合は，(2-42)式から(5-2)式のように表すことができる．

$$\left[a'_1(\alpha), a'_2(\alpha)\right] = \left[\inf_{a \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]} \mu_{m_j\, true}(a),\ \sup_{a \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]} \mu_{m_j\, true}(a)\right] \tag{5-2}$$

ここで“m_j true”は言語真理値，$[a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$は真理値限定を受けるファジィメンバシップ関数，つまり主観的な程度のαレベル集合である．左辺は“unitary true”と仮定しているので(5-3a)式の関係が成り立つ．

$$\left[a'_1(\alpha), a'_2(\alpha)\right] = [\alpha\ , 1] \tag{5-3a}$$

$$\alpha = \inf_{a \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]} \mu_{m_j\, true}(a) \tag{5-3b}$$

$$1 = \sup_{a \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]} \mu_{m_j\, true}(a) \tag{5-3c}$$

つまり(5-3b)および(5-3c)式を満たす必要がある．さらに言語真理値は多義でないと仮定しているので，凸ファジィ集合である．凸集合の条件を表す(2-16)式から(5-4)式が成り立つ．

$$\inf_{a \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]} \mu_{m_j\, true}(a) = min[\mu_{m_j\, true}(a_1(\alpha))\ ,\ \mu_{m_j\, true}(a_2(\alpha))] \tag{5-4}$$

一方，限定に用いる言語真理値のファジィメンバシップ関数をレベル集合により表現すると(5-5)式のようになる．

$$\mu_{m_j\, true}(t) = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha\, [b_1(\alpha), b_2(\alpha)] \tag{5-5}$$

ここで(5-4)式と(5-5)式より(5-3b)式が不成立となる場合を考えると，次の二つの条件が得られる．

$$\mu_{m_j\, true}(a_1(\alpha)) < \alpha\ or\ \mu_{m_j\, true}(a_2(\alpha)) < \alpha\ \Leftrightarrow\ a_1(\alpha) < b_1(\alpha)\ or\ b_2(\alpha) < a_2(\alpha) \tag{5-6a}$$

$$\mu_{m_j\, true}(a_1(\alpha)) > \alpha\ and\ \mu_{m_j\, true}(a_2(\alpha)) > \alpha\ \Leftrightarrow\ b_1(\alpha) < a_1(\alpha)\ and\ a_2(\alpha) < b_2(\alpha) \tag{5-6b}$$

ゆえに

$$a_1(\alpha) = b_1(\alpha)\ and\ a_2(\alpha) = b_2(\alpha) \tag{5-7}$$

が得られる．(5-7)式からわかるように，心理尺度値のα–レベル集合が言語真理値のα–レベル集合と一致すれば，(5-3b)式は満たされる．また言語真理値は正規凸ファジィ集合と仮定しているので，(5-7)式の条件のもとでは，必ず$[a_1(\alpha),a_2(\alpha)]$の中に$\mu_{m_j\,true}(a) = 1$を満足する$a$が存在し，(5-3c)式も満たされる．よって，真理値限定により得られた命題の真理値を“unitary true”とおくと，言語真理値のファジィメンバシップ関数が刺激の心理尺度値の推定値となっていることが導かれた．つまりこれは，刺激の心理尺度値を与えるためのカテゴリーの心理尺度が，それと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値によって構成されていることを意味する．

先にも述べたように，真理値限定により得られた命題の真理値の形状は，外部から直接観察することができないので，不定である．“unitary true”と仮定する必然性はないので，他の任意の形状を与えることも可能である．また実際には，“unitary true”と異っていることもありうる．しかし他の形状を与えたとしても，“unitary true”よりも本来の形状をよく近似する保証はない．さらに他の形状を与えることよって，“unitary true”を採用した場合に同じ言語ヘッジをもつ言語真理値がカテゴリーの心理尺度値の推定値となっていること以上の利点が得られるとは考えられない．そして真理値限定によって得られたファジィ値真理値を“unitary true”と考えることはもっとも理想的な場合を想定しているという意味づけも行える．したがって本論文では“unitary true”を採用し,言語真理値をカテゴリーの心理尺度値の推定値として用いる．

またカテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値がカテゴリーの心理尺度値の推定値となっていることは，実用上はカテゴリーが選択される判断がなされた過程をブラックボックスとみなして触れずに，カテゴリーを構成する言語ヘッジを直接同定する代りに，言語真理値を用いて同定していると考えることができる．

ファジィ範疇法によってカテゴリーの尺度構成および刺激の心理尺度値の推定は次のように行われる．**図5-2**にそれを図示した．

●第1段階：カテゴリーの心理尺度構成

カテゴリーに用いられている言語ヘッジと，“真”および“偽”を組み合せて作られる言語真理値のメンバシップ関数を同定する．例えば，カテゴリーとして“かなり高い”を用いるならば，“かなり真”と“かなり偽”の形状を同定する．またカテゴリーとして“どちらとも言えない”を設けている場合には，“真でも偽でもない”についても同定を行う．そしてこれらをカテゴリーの心理尺度値として用いる．

ただし“高い—低い”のような両極尺度を用いている場合は，“低い”に関するカテゴリーは“偽”に関する言語真理値をもとにするのでなく，“真”に関するものから(2-34)式または(2-37)式で表されるtype-2の否定を求めたものを用いる．第4章でも触れたように，両極尺度に用いられている“高い”と“低い”のような言語アンカは，互いに否定の意味を完全には表していない場合が多い[山下1992]．つまり“高くない”と“低い”は完全には一致しない．このため両極尺度の場合は，中点から“低い”の側は，“低い”という命題が真となる程度として扱う必要がある．

この否定演算は，数値真理値0を“低い”に関する命題の真理値の数値真理値1に対応させるために用いている．

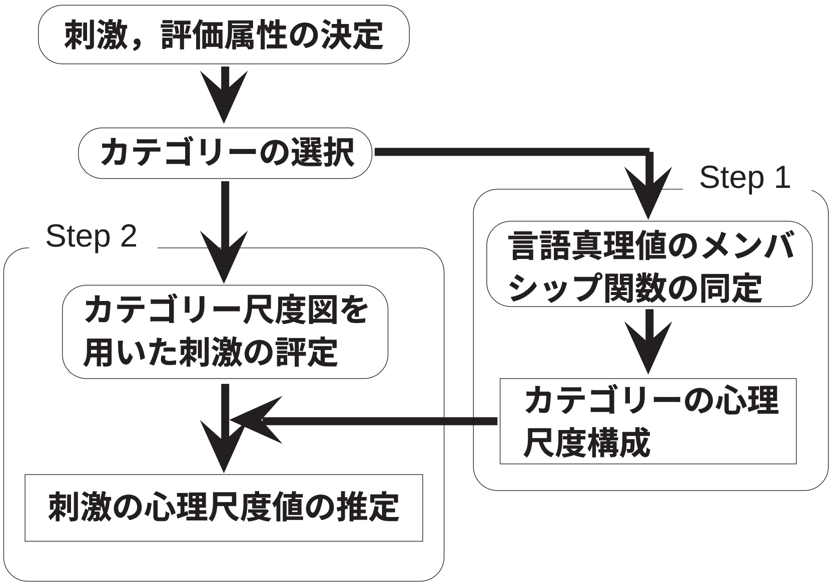


図5-2　ファジィ範疇法による処理手順：ファジィ範疇法による尺度構成および刺激の心理尺度値の推定は，二つの段階から構成される．一つはカテゴリーと同じ言語ヘッジを持つ言語真理値の同定を行う段階であり，カテゴリーの心理尺度を構成する．もう一つはその心理尺度を用いて，評定結果から刺激に対する心理尺度値を推定する段階である．この手法の特徴として，カテゴリーの尺度構成と刺激の心理尺度値の推定が分離されていることが挙げられる．

●第2段階：刺激の心理尺度値の推定

カテゴリーを使って，刺激が属性をもつ程度を回答させる．この得られた評定結果を第1段階で求めたカテゴリーの心理尺度値で置き換えることにより刺激の心理尺度値を推定する．例えば180cmの男性に対して“かなり高い”という評定が得られているならば，カテゴリー“かなり高い”の心理尺度値を180cmの男性に対する心理尺度値，つまり背の高さの主観的な程度の推定値とする．

本手法の特徴として，

- カテゴリーの尺度構成と刺激の心理尺度値の推定が完全に分離されていること
- 刺激の心理尺度値の推定が個々の評定結果に対して行われること
- 評定と同時に刺激の心理尺度値が推定できること

を挙げることができる．特徴の第1点目は，系列範疇法では評定結果からカテゴリーの尺度構成と刺激の心理尺度値の推定を行っていたのに対して，本手法では完全に二つの作業が分離されていることである．カテゴリーの尺度構成に評定結果を用いないので，従来のように仮定を満たすように結果を収集しなければならないという制約がない．また特徴の第2点目は，ある一つの刺激に対する評価が何らかの外乱の影響を受けて他の刺激と大きく異ったとしても，その影響はその刺激の心理尺度値だけに留まり他の心理尺度値には及ばないことを保証する．またいいかえれば，加

わった外乱を測定することができることに他ならない．さらに特徴の第3点目は，系列範疇法では全測定が終了するまで尺度構成も心理尺度値の推定も行うことができないが，本手法では評定に先立ち言語真理値の同定を行っておけば各評定結果に対して実時間で心理尺度値を与えることが可能であることを示している．この特徴は，言語表現を機械システムの制御に用いる場合に重要となる．

5.3.2　Between集合による二つのカテゴリーの“ 間 ”の表現

カテゴリー尺度図を用いた評定判断の問題点の一つに，カテゴリーとカテゴリーの“ 間 ”の判断の扱い方を挙げることができる．刺激の主観的な程度が二つのカテゴリーの“ 間 ”となったときに，いずれか一方を強制選択させることは被験者に負担を与えることになり好ましくない．確率論に従う従来のモデルでは，カテゴリーが選択される相対頻度は刺激の二つのカテゴリーからの距離に応じて決定されるものとして，原則的には“ 間 ”の評定を認めていない．このモデルでは刺激が二つのカテゴリーのちょうど中央に位置するときに，両カテゴリーが選択される頻度が等しくなるとされる．また“ 間 ”の評定を認めた場合についても，その左右のカテゴリーに0.5づつを振り分けるといった方法しか見あたらない．

これに対してファジィ範疇法では，各カテゴリーはファジィメンバシップ関数として与えられる．さらにそのカテゴリーが定義されている全体集合は全順序関係が定まっている．そして系列カテゴリーは，その仮定より，カテゴリー間の大小関係が定まっている．以上の条件から，二つのカテゴリーの“ 間 ”を3章で述べたファジィ集合の“ 間 ”を表現するBetween集合として求めることが可能である．次節では，これを用いて“ 間 ”を表すカテゴリーの心理尺度を与えた結果についても示す．

5.4　ファジィ範疇法の適用例と尺度構成法としての妥当性の検証

5.4.1　目的および検証方法

本節ではファジィ範疇法を実際に適用した例として，コンピュータディスプレイ上の正方形領域内に表示されたドットパターンから受ける“ 点の多さ―少なさの印象 ”を測定した結果を示す．この実験値から本法が心理尺度構成法として妥当かつ有効であることを検証する．またBetween集合によるカテゴリーの“ 間 ”の表現の効果についても検討する．

尺度構成法としての有効性を検証する方法として，次の二つの方法が挙げられる．

①従来の研究によって心理尺度値が明かにされている刺激を用いる方法

②従来の研究によって心理尺度構成法として妥当性が検証されている方法と比較する方法

Heskethら[1988a,b]は前者の立場に立ち，ファジィグラフ評定尺度法の有効性を検証している．しかし心理的な性質が明かにされている刺激であっても，評定には個人差が生じる．すでに得られている心理尺度値と一致しなかった場合に，方法によるものか，あるいは個人差によるものかを同定するのは困難であると考えられる．

そこで本論文では後者の立場をとり，尺度構成法として有効性が検証されている方法と本提案法を用いて同一の刺激について評定を行い，その結果の比較を行う．比較の対象とする従来法として，主観的な程度に含まれる幅を扱うことができるファジィグラフ評定尺度法を採用する．この方法を選んだ理由については，後の節で述べる．この手法から求めた値とカテゴリー尺度図およびファジィ範疇法で求めた値をもとに，両者の間の線形性と一致度を算出し，本手法の有効性を検証する．

また本手法が心理尺度構成法として妥当なものであるためには，系列範疇法と同様，尺度構成されたカテゴリーが間隔尺度の性質を満たす必要がある．そこで実験結果を用いて，本法により得られた心理尺度が間隔尺度に関する二つの公理を満たすことを示し，尺度構成法としての妥当性を明確にする．

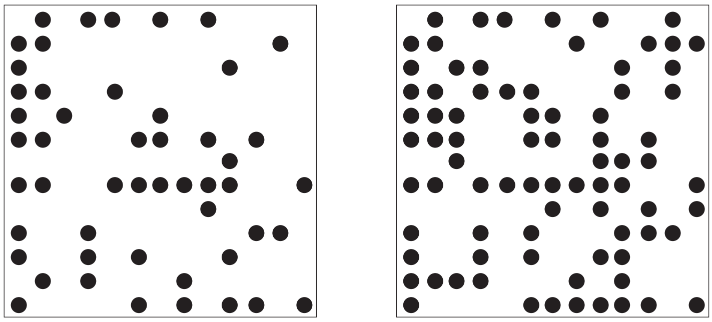
5.4.2　実験方法および条件

実験は次の2種類の課題から構成されている．

【課題2】パターンから受ける“ 点の多さ一少なさの印象 ”の評価の回答

【課題1,3】言語真理値のファジィメンバシップ関数の同定

パターンから受ける“ 点の多さ一少なさ印象(以下，単に印象と呼ぶ) ”を回答させる課題で用いた刺激は，**図5-3**に示したような1辺が10cmの正方形内に直径5mm　のドットをランダムに配置したパターンである．1パターンに含まれるドット数は最小値の1個から最大値の169個までの中から19種を選んだ．刺激を選択するために，3名の被験者に対してドットがランダムに配置された34種と市松に配置された11種の計45種を用いて予備実験を行った．予備実験結果からランダム配置と市松の規則配置のパターンの間の主観的な評価に大きな差は認められなかったので，本実験ではランダム配置のみを使用した．パターンの表示にはMacintoshの13-インチRGBモニタを使用した．このディスプレイのおよそ横20cm×縦15cmの白色の長方形領域の中央に黒色でパターンを表示した．パターンの表示の制御はMacintosh IIciとHyperCard　ver.1.2.5を使って行った．被験者からの合図を受けてビープ音とともにパターンを表示し，3秒後にビープ音とともにそれを消去した．次のパターンが表示されるまでの間は，評価の注意が画面上に表示されている．パターンの呈示順序は，それに含まれるドット数がランダムな順序になるようにした．



(a) n=50　　(b) n=80

図5-3　呈示した刺激の例：刺激には一辺10cmの正方形内に直径5mmのドットをランダムに配置したパターンを用いた．ドットの最大数は169個(縦13×横13)であり，ここに示したのは50と80個の場合である．各パターンはそれよりもドット数が少ないパターンにドットを加えることによって構成されている．このようなパターンをHyper Cardを使ってMacintoshのディスプレイ上に3秒間呈示した．

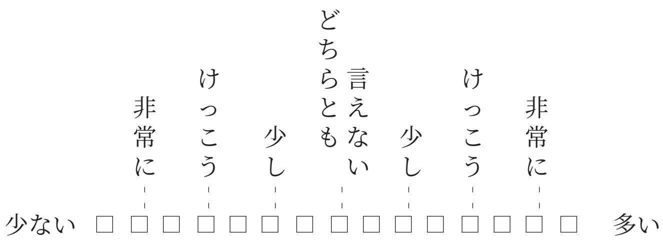
パターンから受ける印象の評価の回答には，次の二つの方法を用いた．

A.グラフ尺度図を用いて，ファジィグラフ評定尺度法により回答させる方法

B.カテゴリー尺度図を用いて回答させる方法

Aのファジィグラフ評定尺度法により回答させる方法では，**図5-4**(a)のようなグラフ尺度図を用いた．このグラフ尺度図は長さ10cmで，左端が“完全に少ない”，右端が“完全に多い”に対応している．またアンカーとして両端と中央の計3箇所に縦線が記入されている．そしてパターンから受ける印象を“もっともよく表していると思う範囲”を尺度図の上側に，また“表しているとみなせる範囲”を尺度図の下側にそれぞれ記入させた．この“表しているとみなせる範囲”は4章の検証実験と同様に，“完全に表していない範囲”を除いた部分と考えてよいことを教示している．

(a) グラフ尺度図



(b) カテゴリー尺度図

図5-4　評定に用いた尺度図：刺激の評定には，1つのグラフ尺度図と3種のカテゴリー尺度図の計4つを用いた．グラフ尺度図は長さ10cmとし，両端と中央にアンカーを設けた(図a)．カテゴリー尺度図は7つのカテゴリーをもつ両極尺度であるが，カテゴリーの間と両端のカテゴリーよりも外側という評定を認めているので，実際は15カテゴリーとなる(図b)．実験では，例に示したカテゴリー尺度図の他に，異なるカテゴリーから構成された2つの尺度図が一緒に使われている．

Bのカテゴリー尺度図を用いた方法では，それぞれ言語ヘッジの組み合せが異る3種類の両極尺度図を用いた．それらに用いられた言語ヘッジは次の9個である．

尺度図1：少し，けっこう，非常に

尺度図2：ちょっと，だいぶん，すごく

尺度図3：まあまあ，かなり，むちゃくちゃ

その一例を図5-4(b)に示した．各尺度図ごとの基本となるカテゴリー数は“どちらとも言えない”を合わせて7個であるが，二つの基本カテゴリーの“間”と両端の基本カテゴリーの外側という副カテゴリーを設けているので，1尺度図当たり15個となる．各刺激について，これらの各尺度図のもっともよく表すカテゴリーを一つ選択させることにより，印象の評価を回答させた．

被験者は，グラフ尺度図と3種類のカテゴリー尺度図が印刷された回答用紙を用いて，印象の評価を行った．回答は呈示されたパターンが画面上から消えてから行うように教示を与えた．また評価の速度は被験者に任された．なお，この課題で2種の評定法を用いているのは先に述べたように本提案法の有効性を検証するためにである．また3種のカテゴリー尺度図を用いたのは，構成されたカテゴリーの心理尺度が間隔尺度となっていることを検証する際に使用するためである．

もう一つの課題は言語真理値のファジィメンバシップ関数を同定させるものである．この課題では，左端が“完全に偽”，右端が“完全に真”の長さ10cmのグラフ尺度を用いて，印象の回答と同様の二つの範囲を記入させた．なお，回答に用いた尺度図は，第4章の課題3と同じ様式となっている．言語真理値はカテゴリー尺度図に使われている9つの言語ヘッジにそれぞれ“真”と“偽”を組み合せた18個と“真でも偽でもない”の計19個である．この課題を課題2の前後に1回づつ行った．先のものを課題1，後のものを課題3と呼ぶ.

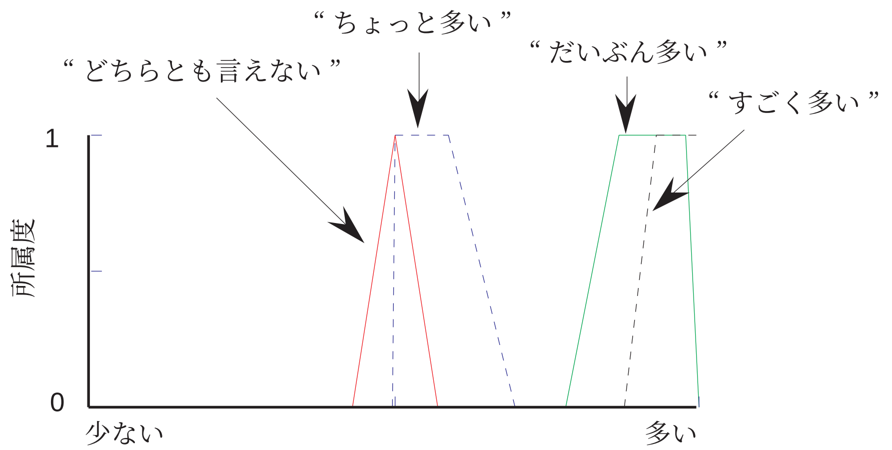
被験者は22歳から25歳の日本人の男子大学生8名であった．彼らは日本語を母国語としており，言語真理値およびカテゴリーの意味の理解は全く問題ない.

5.4.3　実験結果

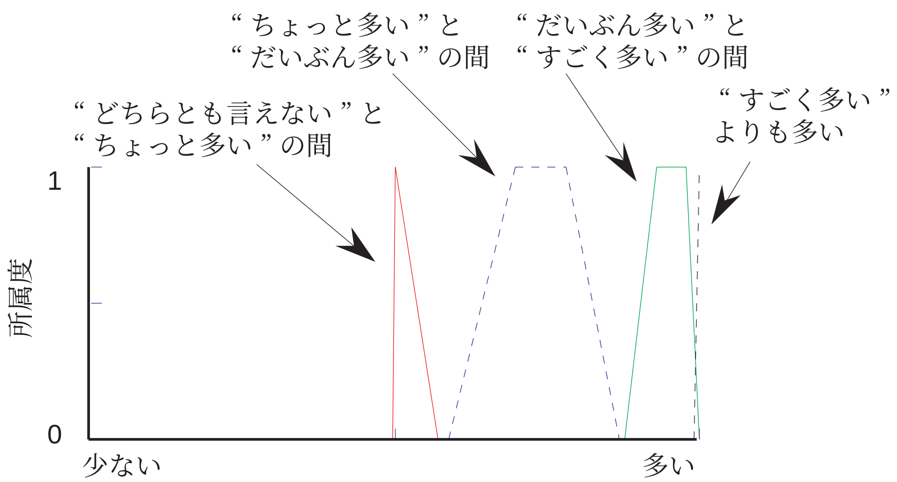
三つの課題でグラフ尺度図によって測定された区間を，4.5.3と同様の方法を用いて，[0,1]のデータに変換した．そして得られた1と>0のレベル集合の端点の間を線形補間することにより，課題1,3の結果から言語真理値，また課題2の結果から“点の多さ—少なさの主観的な程度”のファジィメンバシップ関数を構成した．ただし課題1と3で言語真理値のレベル集合を回答する際に，“もっともよく表している”あるいは“表しているとみなせる”に該当する範囲の境界が明確でないため，2回の測定値の間に数mm程度のずれが生じることは避けられない．このため二つの課題から得られた結果が完全に一致することはほとんどない．しかし，いずれか一方が正しい範囲を示しているのでなく，それぞれが正しい範囲の一部分であると考える．したがってここでは両方の課題から得られた結果を含むように，端点を決定している．つまり二つの下限値のうち小さい方を新しい下限値に，また上限値のうち大きい方を新しい上限値としている．またファジィグラフ評定尺度法から得られたファジィメンバシップ関数は連続関数であるが，演算処理を行いやすいように0.005間隔でサンプリングを行って，離散型ファジィメンバシップ関数に変換した.

まずファジィ範疇法の第1段階として，上記で得られた言語真理値からカテゴリーの心理尺度を構成した．前節において論じたように，カテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値がそのカテゴリーの心理尺度値を与える．ただし，前節で述べたように，ここで用いているのは両極尺度図であるので，“少ない”に関するカテゴリーの尺度値は，それに用いられている言語ヘッジと“真”から作られる言語真理値のtype-2の補集合によって与える必要がある．また尺度の中央に当る“どちらでもない”は0.5を軸として線対称になっている必要があるが，実際のレベル集合はそのようになっていないものも見られる．そこでそのレベル集合の二つの端点のうち，0.5からの距離が遠いものを用いて線対称となるようにした．このようにして基本カテゴリーの尺度構成を行った結果を示したものが**図5-5**(a)である．ここには課題2の尺度2に該当するものを示してある.

次にこれらの基本カテゴリーの結果から第3章で述べたBetween集合を用いて，それらの“間”を表すカテゴリーを求めた．それを図示したものが図5-5(b)である．もっとも外側のカテゴリーよりも“多い”あるいは“少ない”を表すカテゴリーは，そ



(a) 基本カテゴリー



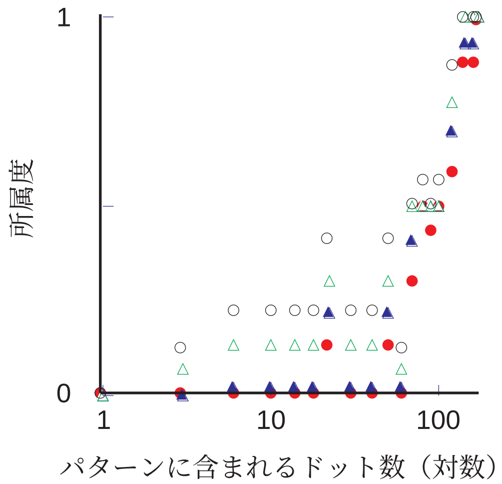
(b) “ 間 ” を表すカテゴリー

図5-5　言語真理値から構成されたカテゴリーの心理尺度値の例： この図は被験者OSNの尺度図2に対する心理尺度の構成結果を示したものである．ここには “ 多い ” に関するカテゴリーだけを示した．基本カテゴリーは，それと同じ言語ヘッジが使用されている言語真理値によって与えられる．また “ 間 ” を表すカテゴリーは，その両側の基本カテゴリーのBetween集合を求めることによって与えられる．図(a)より基本カテゴリー “ ちょっと ” と “ だいぶん ” の間にどちらにも属さない区間があるが，(b)のそれらの “ 間 ” を用いることにより，その部分を表現できることがわかる．

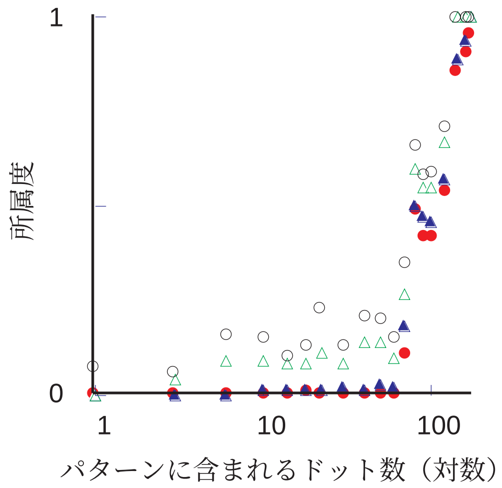
れぞれ0あるいは1のみで所属度1となる集合，つまり “ 完全に少ない ” あるいは “ 完全に多い ” との間のBetween集合として求めた．図5-5(a)に示した被験者OSNの結果を見ると，基本カテゴリー “ ちょっと ” と “ だいぶん ” の間にどちらにも属さない部分が存在することがわかる．その部分が「“ ちょっと ” と “ だいぶん ” の間」というカテゴリーを使うことによって表現できることが，図5-5(b)より見てとれる．ところで，この例には見られないが，求められたBetween集合の最大値が1にならない場合があった．これは，そのサンプリングされた要素だけでBetween集合を計算したために，二つの基本カテゴリーのファジィ集合の所属度が等しくなる要素が含まれ

てなかったことによる．この離散化による誤差は一致度を評価する際に考慮する必要がある．また3章で示したBetween集合を定義するための条件のうち，>0レベル集合で条件2の大小関係を満たさないものが2例あったが，ほとんど結果に影響を与えないので，そのまま定義式により計算した．

ファジィ範疇法の第2段階として，構成されたカテゴリーの心理尺度を用いて各刺激の心理尺度値の推定を行った．各刺激の心理尺度値の推定は，評定判断によって得られているカテゴリーに，第1段階で求めたカテゴリーの尺度値を機械的に与えることにより実行される．**図5-6**(a)は，図5-5に示した被験者の尺度2によって測定された評定結果から刺激の尺度値を推定した結果を示したものである．比較のために課題2でファジィグラフ評定尺度法を用いて求めた結果も図5-6(b)に示した．二つの図より，得られた結果はよく似ていることが見てとれる．また各被験者の結果について共通して見られる傾向として，パターンに含まれるドット数の増加に対して心理尺度値が単調に増加(すなわち評価が“多い”の方へ移行)していない刺激が存在することである．図の例の場合には，ドット数が22のときに，顕著に現れていることがわかる．これはパターンの呈示順序の影響と考えられる．つまり，あるパターンを評価する際に実際の全体集合(この場合であれば下限が1，上限が169)でなく，それよりも小さな全体集合のもとで判断がなされていると推測できる．この結果は，その小さな全体集合の中での判断を誤差として葬り去らずに，適切に処理可能であるという特徴を表しているといえる．



(a) 尺度図2による結果



(b) ファジィグラフ評定尺度図による結果

図5-6　二つの尺度構成法による結果：図5-5の被験者OSNの心理尺度を用いて構成された刺激の心理尺度値(a図)と，ファジィグラフ評定尺度法によって得られた結果(b図)を比較したものである．図中の●と○はそれぞれ>0レベル集合の下限と上限を，▲と△は1レベル集合のそれらを表している．二つの図から，二つの方法によって得られた結果はよく似ていることが見て取れる．

5.4.4　考察

ファジィ範疇法が心理尺度構成法として有効であること，および妥当であることを示すために，次の二つの事項について検証する．

・既存の尺度構成法による結果と比較し，両者の結果が一致することを示す
・本法により得られた刺激の心理尺度値が間隔尺度の性質を満たすことを示す

(a) 既存の尺度構成法による心理尺度値との比較

まず既存尺度構成法との比較について述べる．既存方法との比較を行う際に問題となるのが，比較対象となる方法の選定である．既存方法としては，次のような方法を挙げることができる．

・一対比較法[ギルホード 1959]
・評定尺度法＋系列範疇法
・マグニチュード推定法[田中 1973]
・ファジィグラフ評定尺度法
・修正一対比較法[Wallsten et al. 1986]

また，比較する方法に求められる条件としては，

①刺激間の比較でなく，個々の刺激に対して評価を行う方法であること
②尺度構成の際に反復測定を要しないこと

が挙げられる．系列範疇法は②の条件を満たさず，また一対比較法と修正一対比較法は①の条件を満たさない．マグニチュード推定法は必ずしも反復測定は必要ではないが，現実には反復測定を要することと，刺激の一つを標準刺激に定める必要があるために①と②の条件を満たしていない．以上の理由からここでは，主観的な程度をファジィ集合として測定できるファジィグラフ評定尺度法と比較を行った．

ファジィ範疇法とファジィグラフ評定尺度法による結果の比較は，次の二つの項目について行った．

①二つの方法により求められた心理尺度値の間の線形性
②それらの間の一致度

まず両者の間の線形性について述べる．ここで扱っているデータは[0,1]×[0,1]平面上の2次元ファジィ集合であるため，そのままの形では通常の2次元点データに対する回帰分析を適用することはできない．一方，特定形状の2次元ファジィ集合に対しては，その回帰分析を行う手法[坂和,矢野 1989]が提案されている．ところがこの方法は，一般形状のファジィ集合に適用することは難しいことや，回帰係数に相当する線形性の良さを判断する指標が得られないという欠点がある．しかし，ここで調べたいことは，二つの異る測定法から得られた刺激の心理尺度値の間に線形関係が存在するか否かである．このためには二つのファジィ集合を非ファジィ化して得られたクリスプ値の組に対して回帰分析を行うことで，その目的は十分満足されると考えられる．そこで重心法[菅野 1988]を用いて非ファジィ化した値を用いて，両方法の心理尺度値の間の線形性を検討した．

図5-7は，ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法により得られた心理尺度値の重心を用いて，それらの相関図を描いたものである．この図から両者の間に強い

線形関係があることが見てとれる．被験者8名の3種のカテゴリー尺度図とそれぞれに対応するファジィグラフ評定尺度法から得られた心理尺度値との間で回帰分析を行ったところ，それらの結果にほぼ同様の傾向が認められたので，ここでは24例の平均値を用いて考察を行う．相関係数24例の平均値は0.97(標準偏差0.01)となり，二つの測定法から得られた心理尺度値の間に強い線形性があることがわかる．またファジィグラフ評定尺度法による値に対するファジィ範疇法による値の回帰係数および切片の平均値はそれぞれ0.96(0.09)，0.04(0.05)となり，両者の重心の分布は，ほぼ回帰係数1，切片0であるとみなすことができる．

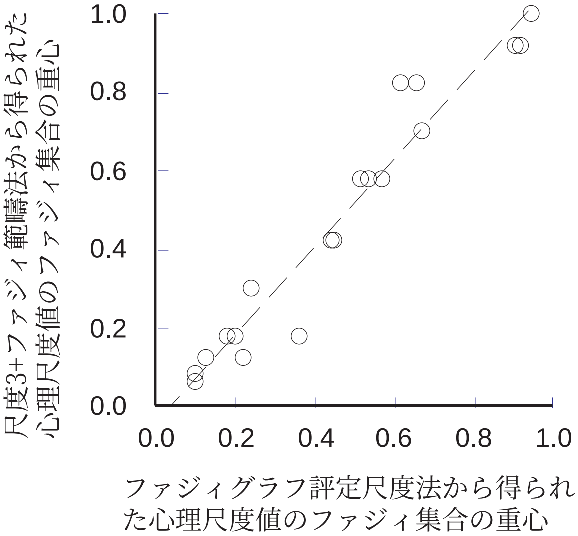


図5-7　ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法により得られた心理尺度値の関係：上図は被験者KDHのファジィグラフ評定尺度法と尺度図3+ファジィ範疇法から求めた心理尺度値の相関図である．両者ともファジィ集合であるため本来は2次元ファジィ集合として表現されるが，ここではそれぞれの重心を使って表現している．図より両者の間に強い線形関係(r=0.97)が見られることがわかる．

次に両者の間の一致度について述べる．二つのファジィ集合の一致度は(2-24)式で与えられる．この一致度は，要素x,yをもつ2次元ファジィ集合を$y=x$で切断したときの断面のメンバシップ関数の所属度の最大値を表している．したがってこの指標は

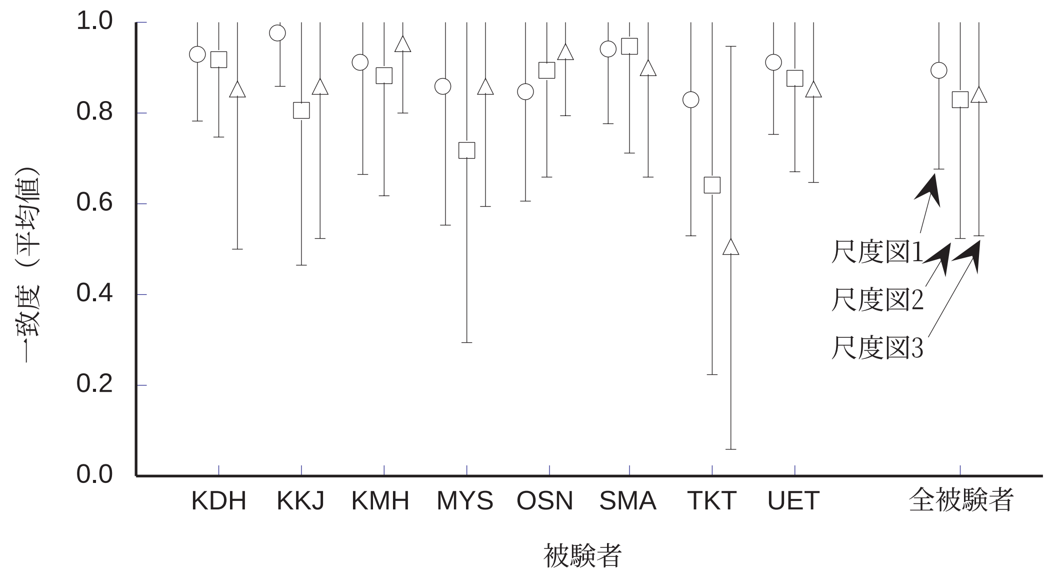


図5-8　ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法から得られた心理尺度値の一致度：図中○が尺度図1，□が2，そして△が3とファジィグラフ評定尺度法の心理尺度値の間の一致度の平均値(n=19)を表している．右端は全被験者の平均値(n=152)である．また縦棒で示した範囲はそれぞれの標準偏差を示している．図からMYSの尺度図2とTKTの2と3を除けば，ほぼ0.9を中心に分布していることがわかる．

先の回帰分析の回帰係数1かつ切片0の検証を形を変えて行っていることになる．**図5-8**はファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法によって求められた刺激の心理尺度値の一致度を全刺激について平均したものである．図より被験者MYSの尺度図2とTKTの尺度図2，3を除くと，ほぼ0.9付近の値を取ることがわかる．また一致度の分布についてみても，ファジィグラフ評定尺度法と三つの尺度図との一致度が0.8以上となったデータは，尺度図1から順に83,74,78%となっている．ここで0.8以上としたのは，5.3.2で述べたBetween集合の最大値が1とならないものがあることを考慮したためである．このことより二つの測定法による刺激の心理尺度値の間にy=xという関係があるといえる．

以上回帰分析と一致度の解析結果から考えると，ファジィ範疇法とファジィグラフ評定尺度法から得られる刺激の心理尺度値は，ほぼ同等であると結論づけることができる．

(b)　得られた心理尺度値の尺度のレベル

ファジィ範疇法が心理尺度構成法として妥当なものであることを示すためには，尺度構成されたカテゴリーの心理尺度値が間隔尺度の性質を満たすことを検証する必要がある．構成された心理尺度が間隔尺度となることを検証するためには，次の二つの公理が成り立つことを示す必要がある[Turksen 1986 ; Wallsten et al. 1986].

［公理5-1］心理尺度値の差の間に大小関係が定められる

刺激s_1とs_2の程度の差がs_3とs_4の程度の差よりも大きい

→　それらの心理尺度値$f(s_i)$の間に次の関係が成り立つ.

$$f(s_1) - f(s_2) > f(s_3) - f(s_4) \tag{5-8}$$

［公理5-2］心理尺度値の差の間に弱推移性が成り立つ

s_1とs_2の程度の差がs_1'とs_2'の程度の差よりも大きく，かつs_2とs_3の程度の差がs_2'とs_3'の程度の差よりも大きい

→　心理尺度値の間に次の関係が成り立つ.

$$f(s_1) - f(s_3) > f(s_1') - f(s_3') \tag{5-9}$$

上の公理に用いられている2組の刺激の程度の差の大小関係は，厳密には一対比較を行わなければ知ることはできない．しかし刺激の数が多くなると，組み合せもそれに合わせて多くなり，現実には一対比較を行うことは不可能である．ところが，ファジィグラフ評定尺度法により測定された心理尺度値が間隔尺度の性質を満たしておれば，それを程度の差の大小関係を表すために用いることができる．つまりファジィグラフ評定尺度法により求めた心理尺度値の間で(5-8)あるいは(5-9)式を満たす刺激の組を求め，それらに対してファジィ範疇法から求めた心理尺度値の間で同式が成り立つことを示せばよい．また実験では3種の異るカテゴリーをもつ尺度図を用いて同時に測定を行っているので，それらから得られた心理尺度値については，刺激の程度の差は等しくなっていると仮定できる．したがって一つの尺度図から求め

た心理尺度値の間で(5-7)あるいは(5-9)式を満たす刺激の組を求め，それらに対して他の二つの尺度図から求めた心理尺度値の間で同式が成り立つことを示せばよい．よって上の二つの公理に対応する検証すべき式は，次の(5-10)から(5-13)式として与えられる．

$$g(s_1)-g(s_2)>g(s_3)-g(s_4)\Rightarrow f(s_1)-f(s_2)>f(s_3)-f(s_4) \tag{5-10}$$

$$f_1(s_1)-f_1(s_2)>f_1(s_3)-f_1(s_4)\Rightarrow f_2(s_1)-f_2(s_2)>f_2(s_3)-f_2(s_4) \tag{5-11}$$

$$g(s_1)-g(s_2)>g(s_1')-g(s_2')\ and\ g(s_2)-g(s_3)>g(s_2')-g(s_3') \\ \Rightarrow f(s_1)-f(s_3)>f(s_1')-f(s_3') \tag{5-12}$$

$$f_1(s_1)-f_1(s_2)>f_1(s_1')-f_1(s_2')\ and\ f_1(s_2)-f_1(s_3)>f_1(s_2')-f_1(s_3') \\ \Rightarrow f_2(s_1)-f_2(s_3)>f_2(s_1')-f_2(s_3') \tag{5-13}$$

(5-10)および(5-11)式が公理5-1に，残りの2式が公理5-2にそれぞれ対応している．上式の$g(s_i)$はファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値を，また$f_j(s_i)$の添え字jはカテゴリー尺度図の種類を示している．これらの4式はいずれも要素の間の差を求める必要がであるので，(2-30)式の拡張原理による差演算によって求めた．大小関係の判定は，左辺から右辺を引いて得られたファジィ集合から重心を求め，その位置によって行った．

19個の刺激の心理尺度値を組み合せると，公理5-1で判別すべきデータ数は13,567になる．また公理5-2の場合，可能な組み合せは418,608であるが，仮定部の条件を満たさないものを除くと約91,500から約120,000の間になる．得られた結果は被験者間で大きな差が認められなかったので，以後は全被験者の平均値を用いて考察する．**表5-1**は，二つの条件のもとで公理1および2を満たしたデータの比率を示したものである．この表から，公理1についてはデータの約90%以上が，また公理2についても約94%以上が公理を充足していることが見て取れる．また尺度図の組み合せ方や二つの条件の間で充足率に大きな差は認められないこともわかる．この結果より，ファ

表5-1　間隔尺度の公理の検証結果：間隔尺度に関する二つの公理を，二つの条件のもとで検証した結果を示した．表中の数字は，公理を満たしたデータの割合とその計算に用いたデータ総数である．いずれも被験者8名の平均値で示してある．表から，実験値は二つの公理を満足することが見て取れる．

仮定部	結論部	公理 1		公理 2	
		充足率(%)	平均データ総数	充足率(%)	平均データ総数
グラフ尺度図	尺度図1	94.0	13567	95.6	109280
	尺度図2	90.4	13567	93.6	109280
	尺度図3	89.9	13567	93.9	109280
尺度図1	尺度図2	92.7	13567	96.3	106281
	尺度図3	90.3	13567	94.4	106281
尺度図2	尺度図3	90.3	13567	95.0	99454

ジィ範疇法により得られた心理尺度値は間隔尺度を構成していることが検証された．

以上の結果より得られた心理尺度値の差が心理的に有意をもつことが検証された．しかし，異なる被験者間や，異なる尺度図によって得られた心理尺度値を比較するためには，心理尺度値に加法性が成り立つ必要がある．一般に加法性が満たされるのは，間隔尺度よりも一つ上位の水準である比率尺度とされている[ギルホード 1959]．この尺度では，心理尺度値の差が意味をもつことに加えて，絶対的な原点が存在することが必要とされる．本論文では比率尺度に関する検証を行っていないため，厳密にはファジィ範疇法による心理尺度値が加法性を満たすか否かは不明である．しかし，本手法では尺度構成の際に言語真理値を用いている．そしてこの言語真理値の全体集合である数値真理値は，被験者によらず両端が0と1に固定されている．つまりここで得られた心理尺度値は両端が固定された間隔尺度と考えられるため，理論的な厳密さには欠けるものの，異る被験者間で，あるいは異なる尺度図間で心理尺度値を比較することが可能であると考えられる．第6章で提案されている多重尺度図法は，この性質を用いて心理尺度の合成を行っている．

5.5　まとめ

本章では，第4章で提案した評定判断過程のモデルをもとに，評価カテゴリーのベイグネスおよび主観的な程度に含まれる幅を考慮して心理尺度を構成する方法を導出した．この方法では，モデルの中で真理値限定により得られた新しい命題の真理値を“unitary true”と仮定することにより，カテゴリーの心理尺度値が同じ言語ヘッジをもつ言語真理値のメンバシップ関数として与えられることを示した．

そして心理実験を通して，本提案方法によって推定された刺激に対する心理尺度値とファジィグラフ評定尺度法による値を比較した．その結果，両者の値の間に強い線形関係が認められることや高い一致度が得られることがわかった．このことより本提案法はファジィグラフ評定尺度法と同等の心理尺度値を与える方法であることが示された．このファジィグラフ評定尺度法は心理尺度値の推定法として用いられるだけでなく，ファジィ集合のメンバシップ関数の同定法として用いられることから，本手法をメンバシップ関数の同定法として利用できる可能性を示唆している．

また本手法により得られた心理尺度値は間隔尺度としての性質を満たすことが示された．また本手法が言語真理値をカテゴリーの心理尺度構成に用いていることから，比率尺度に準ずる性質をもつことを明かにした．この性質は，異る被験者間，あるいは異なる尺度図間の心理尺度値を比較できることを保証する．さらに実験結果から，判断中に全体集合が変化する，いわゆる文脈効果の影響を測定できる可能性が示された．この特徴を明確にするためには，これを検証するための実験を行う必要がある．

さらに二つのカテゴリーの“ 間 ”に対する評定をBetween集合によって処理した結果についても，期待された効果が確認された．基本カテゴリーの間に重なりがないようなカテゴリーの組み合せに対しては，とくに有効であった．

第6章　多重尺度図法による心理尺度の改善

6.1　緒言

評定尺度法は言葉によって表現されたカテゴリーを目盛として使用しているために，物理測定で用いられている物差と異り，目盛を細かくすることによって測定精度を向上させることには限界がある．つまりカテゴリーの数を増やすことによって，刺激の心理尺度値の表現力を改善するのには限界がある．ある一定数以上カテゴリーを増やしても，カテゴリーとカテゴリーとの間に重なりが生じるために，その効果は小さい．また逆に表す程度が似通ったカテゴリーが増加することにより回答者のカテゴリーの選択判断を難しくし，かえって迷いや混乱などを招く恐れさえある．この点を考慮して前章では，二つのカテゴリーの“間”という回答を認めることによって，基本カテゴリー数を増加させることなく，カテゴリーの心理尺度を改善を行った．しかしこの方法は，主観的な程度に対して該当するカテゴリーが存在しないという，いわゆる“カテゴリーの空白区間”をなくすことには有効であったが，測定精度に相当する，推定された心理尺度値が刺激の心理尺度値の真値を近似する程度は，あまり改善されていない．

これまでは刺激の心理尺度値を1本の尺度図を用いて測定することを暗黙のうちに仮定していたが，この仮定のもとで心理尺度値の表現力を改善することには限界がある．そこで本論文ではこの制約を取り去って，複数の尺度図を用いることを認める．つまりカテゴリーの異る複数の尺度図を使って刺激の心理尺度値を推定し，そしてそれぞれの尺度図から得られた値を適切に合成する．これにより，推定される心理尺度値を改善することが可能と考えられる．

そこで本章では

①複数の尺度図から得られた心理尺度値を合成することにより，心理尺度値の表現力の改善を行う多重尺度図法[吉川,西村 1991b]**を提案すること**

②心理尺度値を改善するために推奨される合成法を与えること

を目的とする．

以下では，カテゴリーと心理尺度値の真値の関係を分類し，これより多重尺度図法の合成演算にmaxとmin演算を用いる理由について説明する．また第5章の実験結果を用いて，合成する尺度図の数とmax合成とmin合成の二つの合成法が心理尺度値の表現力の改善に与える影響を明かにする．そしてその結果から，2本の尺度図をmax合成する方法が心理尺度の表現力を改善するのに適していることを示す．

6.2　多重尺度図法の原理

まずカテゴリーの心理尺度値と刺激の心理尺度値の真値の関係について述べる．これは，多重尺度図法で用いられる合成法を決定するために重要な意味をもつ．**図6-1**に示したように，両者の関係は次の四つの中のいずれか一つに該当する．

①刺激の心理尺度値の真値がカテゴリーの心理尺度値，つまり推定値を完全に含

む場合

②推定値が真値を完全に含む場合

③先の二つの場合を除いて，真値と推定値の間の共通部分集合が空集合でない場合

④両者の共通部分集合が空集合である場合

当然ことながら表現力の改善を行う際に，真値と推定値の関係が先の四つの場合のいずれに該当するかによって用いる方法は異ってくる．①の場合には，刺激の心理尺度値の真値よりも推定値であるカテゴリーの方が小さいので，複数のカテゴリー

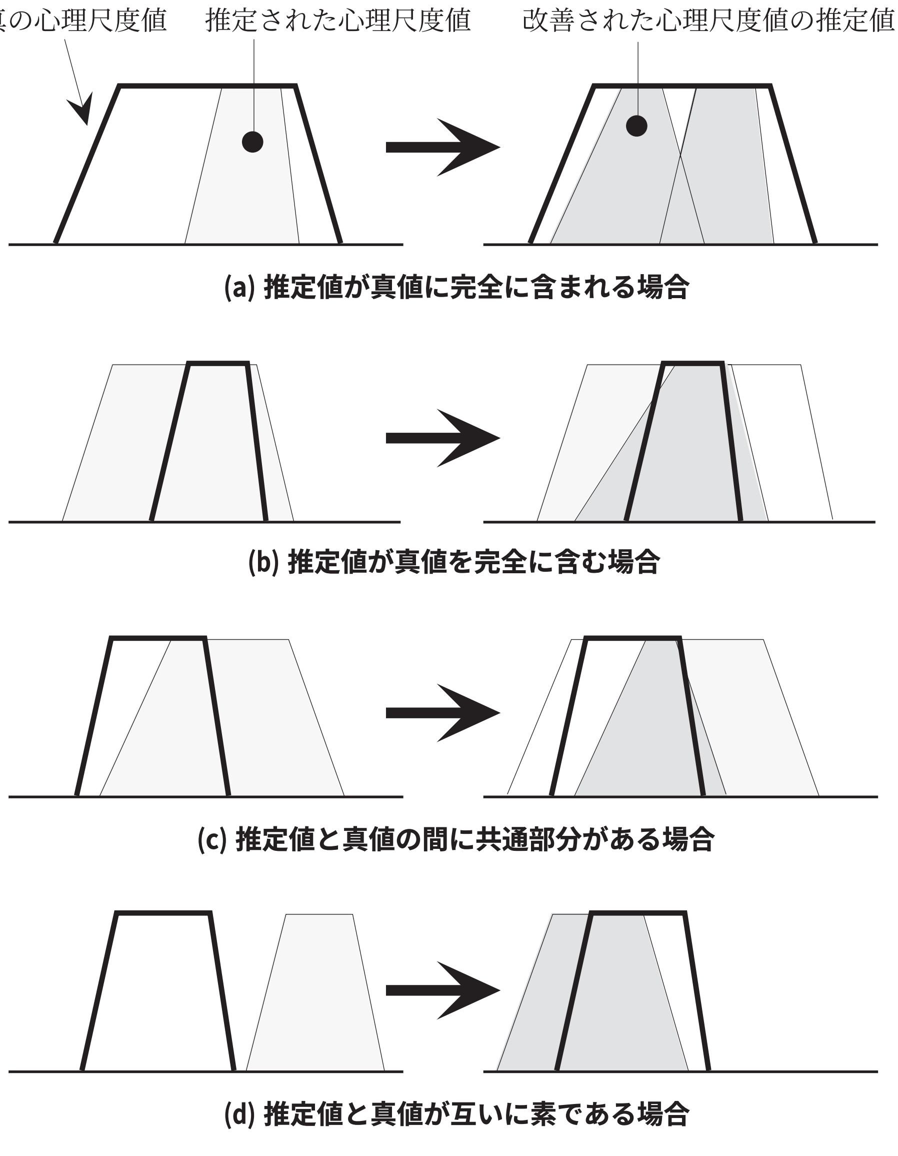


図6-1　推定された心理尺度値と真値の関係による表現力を改善する方法の違い：推定された心理尺度値とその真値の関係は大きく分けて上図の4つの場合が考えられる．その関係に応じて推定値の表現力を改善する方法も異ってくる．(a)の場合には和集合を用いることにより推定値を真値に近づけることができるのに対し，(b)の場合は共通部分集合を用いることにより近づけることができる．また(c)の場合にはその程度に応じて(a)あるいは(b)の方法が用いられる．さらに(d)の場合はその推定値を採用しないことによって改善される．

を足し合わせて刺激の範囲に近づけることが表現力を高めることになる．それに対して②の場合には，逆に複数のカテゴリーを使って範囲を限定することが表現力を高めることになる．③の場合は，刺激とカテゴリーの重なっている程度により①か②のいずれかの方法をとることになる．④の場合には，そのカテゴリーを推定値として用いないことが表現力を高めることになる．

以上のことから，複数本の尺度の合成法は，

(A)複数本の尺度図から任意の尺度図を選択して和を求める方法

(B)複数本の尺度図から任意の尺度図を選択して共通部分を求める方法

の二つにまとめることができる．本論文では，第2章でも述べたように和集合演算にmax演算，共通集合演算にmin演算を用いるので，(A)の合成法をmax合成,(B)の合成法をmin合成と呼ぶ．このように，心理尺度値の間で合成演算を行えるのは，前章で述べたように，ファジィ範疇法から得られた心理尺度値が比率尺度に準ずる性質をもつためである．また先の④の場合が考慮されていないように思えるが，任意の尺度を選択可能とすること，すなわち特定の尺度を使わないこととして含まれている．**図6-2**は二つの合成法の特徴を摸式的に示したものである．粗い目盛をもった3本の物差を使って，平均値が等しくて広がりの異る二つの対象を表現するときに，範囲の広い刺激を表す場合には測定値のmax合成が，範囲の狭いものを表す場合にはmin合成が対象の範囲をよく表現していることがわかる．

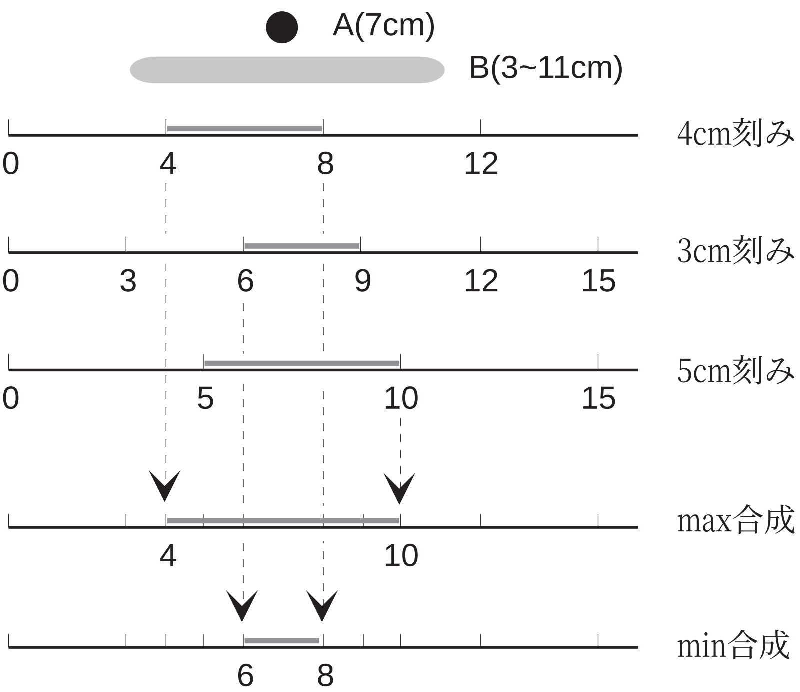


図6-2　多重尺度図法の原理：上図のような二つの対象を目盛がそれぞれ3,4,5cm刻みの3本の物差を使って測定する場合を考える．条件としてそれぞれの物差から読み取れる値は二つの目盛の間の一つの区間だけとする．二つの対象とも平均値が7であるので，それぞれの物差の測定値は4~8,6~9,5~10となる．このそれぞれの測定値をmax合成すると4~10となりBの3~11を，またmin合成すると6~8となりAの7をうまく表現できることがわかる．

また二つの合成法の意味を考えると，max合成は合成に用いたすべてのカテゴリーの心理尺度値を含んでいるので，この値は刺激の心理尺度値が存在する可能性のある範囲とその程度を表現している．これに対して，min合成は合成に用いたすべてのカテゴリーの心理尺度値の共通部分であるので，この値は刺激の心理尺度値の真値が存在する必然性のある範囲とその程度を表現している．このことは直前で触れたのような刺激とカテゴリーの関係からではなく，実験者が欲する尺度の種類から用

いる合成方法を決定できることを示している．

本提案法と外見上は非常によく似ている方法に，多次元尺度構成法のSD法(意味微分法)がある[Osgood et al. 1978]．このSD法も多重尺度図法も，一つの刺激の評価に複数の尺度図を用いる点では一致している．しかしながら，前者では個々の尺度図が異る属性(形容詞対)と全尺度図に共通するカテゴリーによって構成されているのに対し，後者では全尺度図が共通する属性と尺度図ごとに異るカテゴリーによって構成されている．つまりSD法は多次元の意味空間内での刺激の位置を求めることを目的としているが，多重尺度図法は属性の1次元尺度上での位置を精度よく求めることを目的としているという違いがある．

6.3　多重尺度図法の適用例とその効果の検討

6.3.1目的および検討方法

本節の目的は，多重尺度図法から得られた心理尺度値が刺激の心理尺度値の真値を表現する能力と，合成法の違いがその能力に与える影響を明かにすることである．言うまでもなく，もっともよい心理尺度値の推定値とは，心理尺度値の真値と形状が完全に一致するものである．しかしながら推定値は離散的なカテゴリーしか取れないのに対して，真値は[0,1]上で自由な形状を取ることができる．このため複数のカテゴリーの心理尺度値を組み合せても，その真値に完全に一致させることはほとんど不可能である．つまりここで重要なことは近似の程度であり，それを表現した指標である．そこでファジィグラフ評定尺度法により得られた心理尺度値をその真値と仮定して，ファジィ範疇法から求められた心理尺度値を合成して得られた値が真値を近似する程度を，ファジィ集合の間の関係を表す指標によって記述することにする．

評価用の指標として一致度，包含度，被包含度および類似度の4種を用いた．一致度は，第5章ですでに用いたように，(2-26)式で与えられる．包含度および被包含度は(2-28)式で与えられる．包含度は合成された心理尺度値がファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値を含む程度を表し，被包含度は逆に含まれる程度を表すと定義する．また類似度は(2-27)式で与えられる．

6.3.2 結果

ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法から得られた心理尺度値として，第5章の“点の多さ—少なさの印象”の結果を用いた．すでに実験方法・条件や心理尺度値の構成法については5章で述べたので，ここでは省略する．

心理尺度値の合成値は，ファジィ範疇法から得られた心理尺度値を合成して求めた．合成法はmax合成およびmin合成，また合成する尺度図の本数は2本および3本とした．ただしmax合成では，合成される心理尺度値の共通部分集合の所属度の最大値が1でない場合には凸集合とならない．しかし心理尺度値の真値が多峰性の形状をもつ，つまり多義になるとは考えにくい．そこで(2-19)式の凸化演算を用いてmax合

成された心理尺度値が単峰性になるように変換を行った．つまり異る尺度図上で選ばれた二つのカテゴリーから“あるカテゴリーからもう一つのカテゴリーまで”という新しいカテゴリーを合成していることに当る[シュマッカー 1990]．以後max合成した後に凸化を行う一連の演算を単にmax合成と呼ぶこととする．そしてこれらの合成された心理尺度値ともとの心理尺度値の計11種とファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値との間で，先に述べた4種の指標を計算した．

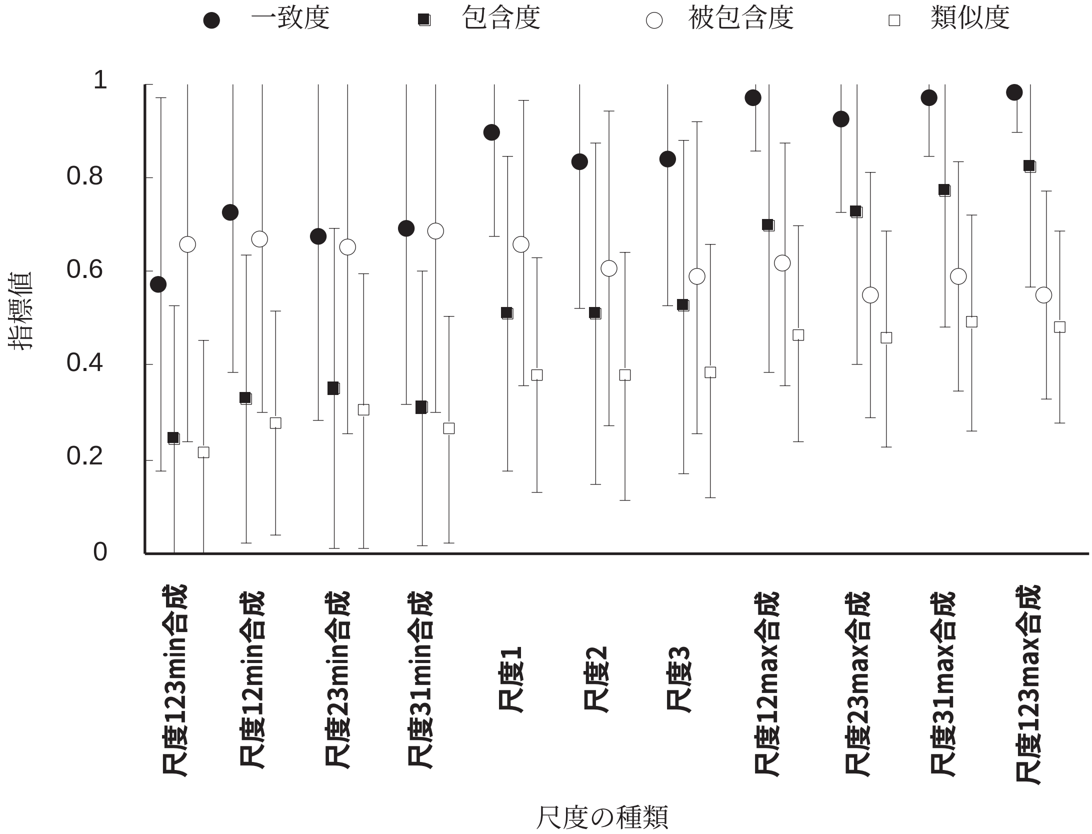


図6-3　尺度の合成による指標値の変化：ファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値との間で求めた4つの指標について，それらの合成法による値の変化を示した．指標値は全被験者の全刺激についての平均値で示してある．また縦棒はそれらの標準偏差を表している．図より一致度，包含度，類似度はmin，単独，maxの順に値が大きくなっていくことがわかる．被包含度は大きな変化は見られないが，max合成で小さくなる傾向が見られる．またmin，max合成とも本数の違いによる差はほとんど見られないことがわかる．

図6-3は各合成値に対する4種の指標の値を示したものである．被験者の間で，合成法に対する各指標値の変化の傾向に大きな差異が認められなかったので，全被験者の全刺激152データに関する平均値で結果を示した．図中に縦棒で示した区間は標準偏差を表している．この図から，一致度(●)，類似度(□)そして包含度(■)の各指標は，min合成から単独，さらにmax合成に向うにつれて，その値が大きくなる傾向が認められる．これに対して被包含度(○)は，全般的に合成法間での差は他の3種の指標に比べて大きくないが，min合成や単独と比べてmax合成に対する値が小さくなる傾向がある．また4種の指標に共通する傾向としてmin合成がもっとも標準偏差が大きく，単独，max合成の順に小さくなっていくことがわかる．これは，min合成の場合には，合成結果が空集合となることがあるため，指標値が0から1の広い範囲に

分布したことが理由と考えられる．さらに尺度図の組み合せによる指標値の差異についてみてみると，2本の尺度図のmax合成，min合成あるいは単独のいずれの場合も，4種の指標の値の間に大きな差は認められないことが見て取れる．

6.3.3 考察

前項で得られた結果をもとにして，尺度の合成によって得られる心理尺度値の表現力を改善する効果について検討する．定性的にはmin合成，単独そしてmax合成の順にこれらの指標値が大きくなることについてはすでに述べた．本項では合成尺度間の平均値の差の検定結果をもとに定量的な考察を行う．平均値の差のt-検定は母分散に対する仮定によって数種類の計算式があるが，ここでは母分散が未知で，二つの集団の母分散が等しいと仮定できない場合を採用した[統計数値表編集委員会 1977].

表6-1　各指標の平均値の差の検定：各被験者ごとに，合成あるいは単独尺度とファジィグラフ評定尺度法による心理尺度値の間の4つの指標を計算し，全刺激について平均値および標準偏差を求めた．それらの値を用いて尺度間の平均値の差の検定(母分散が未知で，等しいと仮定できない場合）を行った．下記の数値は合成尺度間で平均値に5%で有意な差が認められたデータ数である．また括弧の中はその組み合せの総データ数を示してある．例えば，一致度の3本maxと2本maxを例にとると，総データ数は被験者8名×尺度の組み合せ3通りで計24であり，その中で5%で有意な差が認められたものが1例あったこと表している．一致度，類似度および包含度では異る合成法の間で有意な差が多く見られる．しかし被包含度は他の3種に比べて，有意な差が認められたデータ数が少ないことがわかる．

(a) 一致度

	3本max	2本max	単独	2本min
2本max	1 (24)	1 (24)		
単独	9 (24)	13 (72)	1 (24)	
2本min	22 (24)	60 (72)	20 (72)	0 (24)
3本min	8 (8)	23 (24)	19 (24)	2 (24)

(b) 類似度

	3本max	2本max	単独	2本min
2本max	0 (24)	0 (24)		
単独	6 (24)	7 (72)	0 (24)	
2本min	14 (24)	40 (72)	19 (72)	2 (24)
3本min	7 (8)	20 (24)	15 (24)	2 (24)

(c) 包含度

	3本max	2本max	単独	2本min
2本max	1 (24)	1 (24)		
単独	20 (24)	42 (72)	0 (24)	
2本min	24 (24)	67 (72)	32 (72)	0 (24)
3本min	8 (8)	24 (24)	17 (24)	1 (24)

(d) 被包含度

	3本max	2本max	単独	2本min
2本max	0 (24)	2 (24)		
単独	2 (24)	1 (72)	1 (24)	
2本min	8 (24)	14 (72)	2 (72)	0 (24)
3本min	2 (24)	4 (24)	2 (24)	0 (24)

3本maxは尺度1と2と3のmax合成，2本maxは尺度1と2，2と3，そして3と1のmax合成，同様に2本minは尺度1と2，2と3，そして3と1のmin合成，そして3本minは尺度1と2と3のmin合成をそれぞれ意味している．

表6-1は，種類の異る合成尺度の間で平均値の差のt-検定を行った結果，有意水準5%で差が認められたデータ数を各指標ごとに表したものである．括弧内はその組み合せにおける全データ数である．表から一致度，類似度および包含度については，

min合成–単独，単独–max合成そしてmin合成–max合成の間でそれらの差が有意と判断されるデータが見られることがわかる．とくにmin合成–max合成の間では，ほとんどすべてのデータの間に有意な差が認められた．これに対してmin合成，max合成とも合成する尺度図の本数が2本–3本の間の場合，有意な差が認められたものはほとんどなかった．また被包含度については有意差が認められたデータ数が全体で38例であり，他の3種の指標の場合に比べて少ないことがわかる．

この有意差検定の結果と図6-3より，まずmax合成を行うことによって，心理尺度値の表現力を改善できることがわかる．しかし尺度図の合成数を2本以上に増やしても，その効果は小さいことがわかる．これは合成するカテゴリー間に重なりが生じることが理由と考えられる．また3名の被験者に対して，“かなり”というカテゴリーが2本の尺度図に含まれている回答用紙を用いて同様の実験を行った．その結果3名とも共通して，一つのカテゴリーが複数の尺度図に使われている場合は，そうでないものに比べて評価しにくいと報告している．普段から使い慣れた言語ヘッジの数はそれほど多くはないので，それらをカテゴリーとして用いると同時に使用可能な尺度図の数は自ずから制限される．したがってここで用いたように，2種ないしは3種の尺度図による心理尺度値をmax合成する方法が表現力の改善に効果があると結論できる．

一方min合成については，一部の刺激で類似度が改善された被験者も見られたが，全体としてはその効果は小さいといえる．この理由の一つとして，主観的な程度に含まれる幅が，カテゴリーの幅よりも狭くないことが考えられる．そこでこれを検証するために，ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法によって得られた心理尺度値の幅を比較した．心理尺度値のファジィメンバシップ関数の1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, >0　の6つのレベル集合の幅の相加平均を，その心理尺度値の幅を表す指標とした．この指標をもとに，各被験者ごとにファジィグラフ評定尺度法と三つの尺度図の心理尺度値の間で平均値の差のt-検定を行った．その結果全24例中で5%水準で有意な差が認められたものは，6例だけであった．またその6例中5例は，ファジィグラフ評定尺度法による値の方が幅が広かった．これらの結果からmin合成は心理尺度値の表現力を改善する効果が小さいことがわかる．

ところで主観的な程度の幅が広いという結果から考えると，Heskethらのファジィグラフ評定尺度法で，1レベル集合に相当する“もっとも適している範囲”を最初から点と仮定して回答させていることには問題がある．本論文では“もっともよく表している範囲”として回答させているが，被験者がその範囲が点になると判断したときには，一点として回答していることが実験結果より得られている．このことは，“もっとも適している範囲”が一点になることが確実でない限りは，それも広がりをもった範囲として回答できるようにしておく必要があることを示している．

次にmax合成による表現力の改善の程度について見てみる．一致度は二つのファジィ集合が重なっている程度を表している．例えば，一致度が1であれば，二つのファジィ集合は1レベル集合で重なっていることを意味する．また類似度は，全体集合上の二つのファジィ集合の位置も含めた意味で，二つのファジィ集合の形状の似てい

る程度を表す．これらの二つの指標とも，最大値は1である．図6-3の実験から得られた結果を見ると，4種のmax合成に関する一致度の全被験者の平均値は0.93から0.98であり，1に近い値をとることがわかる．これより推定された心理尺度値と心理尺度値の真値の間には，1レベルつまり“もっともよく表しいている範囲”で重なる部分が存在することがわかる．

一方類似度について見ると，その平均値は0.46から0.49であり，これらの値は理想である1に近いとはいい難い．しかし類似度の評価基準は，実際にはもっと小さくなることが予想される．例えば，吉川[1992b]は，ファジィグラフ評定尺度法によって本論文と同じ19種の言語真理値の形状を6回同定させる実験を行っている．そして各実験から得られた同一の言語真理値の間で類似度を求めたところ，全被験者の平均値が0.55となったことを報告している．また類似度を低下させるもう一つの理由として，ファジィ集合を同定する際の記入誤差が挙げられる．一例を挙げると“もっともよく表している範囲”が5mm，“表していると見なせる範囲”が15mmの左右対象の台形型メンバシップ関数がどちらかに2.5mmずれた場合，二つの間の類似度は0.6になってしまう．10cmの尺度図上で回答する際に2.5mm程度のずれは避けられない．これらのことから，本実験から得られた類似度は，同一のファジィ集合を反復同定した際の変動，あるいは同定する際の記入誤差と同じ程度まで改善されているといえる．

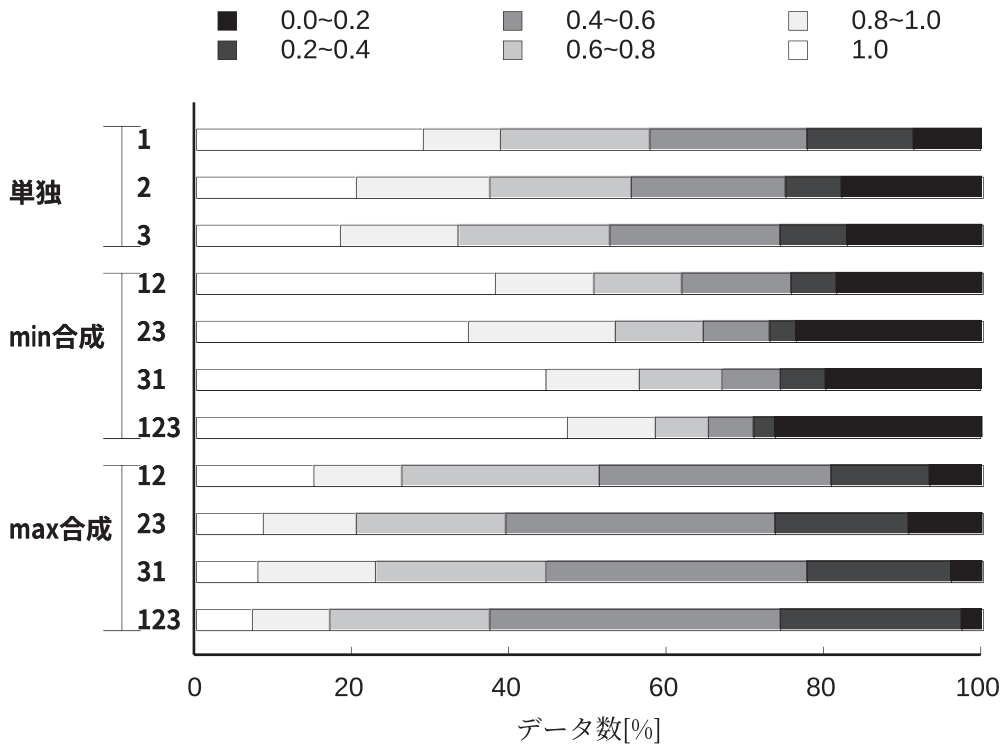


図6-4　尺度の合成法による被包含度の分布の変化：各合成法ごとに被包含度の分布を幅0.2の区間に含まれるデータの割合として示した．すべての区間はその下限値を含む．全データ数は152である．図6-3の平均値では合成法間の値の差は小さかったが，分布は異っていることがわかる．とくに単独とmin合成の間には平均値ではほとんど差がなかったが，これはmin合成で1をとるデータと0~0.2をとるデータが両方とも増えたためであることがわかる．

さらに尺度を合成する方法と得られた心理尺度値の性質の間の関係について述べる．包含度は推定された心理尺度値の中に心理尺度値の真値が存在する可能性を，また被包含度はその必然性を表していると考えられる．まず図6-3より包含度は単独の場合に比べて，max合成で値が大きくなっていることがわかる．とくに3本の尺度図を合成したものの平均値は0.82に達している．また表6-1(c)では，単独とmax合成の平均値間に有意な差を示すものも多く見られる．これらからmax合成によって得られた心理尺度値は，真値が存在する可能性のある範囲を表していることがわかる．これに対して被包含度はmin合成を行っても，その値はほとんど変化していない．**図6-4**は被包含度の分布を合成尺度ごとに示したものである．これからmin合成によって被包含度が1となるデータ数も増加しているが，同時に0となるデータ数も増加しているために，それらが相殺しあって平均値としては変化がなかったことがわかる．この0となるデータは，先にも述べたように，主観的な程度の幅が広かったために共通部分集合が空集合となるものが多かったことによる．この実験結果から判断すると，min合成により心理尺度値の真値が存在する必然性のある範囲を計算することはできるが，いつでも利用できるとは言い難いものがある．刺激に対する主観的な程度の性質やカテゴリー間の位置関係によっては，意味をもたない場合もある．

6.4　まとめ

本章では，ファジィ範疇法から得られる心理尺度値を合成することによって，心理尺度値の真値を表現する能力を改善する方法を提案した．また合成法として，max合成とmin合成の2種を比較したところ，max合成が表現力の改善に有効であることが明らかになった．また合成する尺度数が2本と3本の間には，大きな差は見られないことがわかった．これらの結果および評価に要する時間や被験者に与える負担などから総合的に判断すると，異る2種の尺度図を用いて評定された結果からファジィ範疇法で心理尺度値を求め，それらをmax合成する方法が推奨される．

また包含度および被包含度から考えると，max合成による心理尺度値はその中に真値が存在する可能性のある範囲を，またmin合成によるものはその必然性のある範囲をそれぞれ表していると解釈できることがわかった．

第7章　結論

本論文では，言語表現された主観的な程度を定量化するための方法の基礎として，主観的な程度に含まれる幅とカテゴリーのベイグネスを考慮してカテゴリー尺度図の心理尺度構成および，評定結果の心理尺度値の推定を行う方法について論じた．前章までに得られた結果をまとめると以下のようになる．

第3章では，二つのファジィ集合の“ 間 ”を表すBetween集合を提案した．この集合の所属度を二つのファジィ集合の所属度の差の絶対値を1から減じたものとして定義した．この定義と定義のために設けた条件から，凸性，正規性あるいは要素の記述力などの応用上重要なBetween集合の数学的な性質を明かにした．またBetween集合による“ 間 ”の表現と主観的な“ 間 ”の判断が矛盾しないことを，心理実験を通して検証した．

第4章では，幅をもった主観的な程度から，ベイグネスのあるカテゴリーを選択する評定判断過程のモデルを提案した．このモデルでは，刺激のもつ評価属性の主観的な程度を評価属性に関する命題「評価対象は評価属性をもつ」の真理値とみなし，この真理値とカテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値の一致の程度から，選択されるカテゴリーが決定されると仮定した．そして，主観的な程度と言語真理値をtype-2ファジィ集合によって表現し，一致の程度の判定は真理値限定規則を用いて行われるとし，このモデルを定式化した．

またこのモデルの妥当性を検証するために心理実験を行い，評価者が実際に選択したカテゴリーとモデルから得られるカテゴリーを比較した．実験結果より，もっとも厳しい条件で比較した場合でも約60%のデータがモデルを支持すること，また残りの支持しなかったデータの中の大部分はモデル以外の理由によることを示し，このモデルが評定判断過程のモデルとして妥当であることを明かにした．

第5章では，第4章の評定判断過程のモデルから，心理尺度構成法であるファジィ範疇法を導出した．この方法では，評定判断過程のモデルの中でカテゴリーの選択に用いられる真理値限定により得られた真理値を“unitary true”と仮定すると，カテゴリーと同じ言語ヘッジをもつ言語真理値がカテゴリーの心理尺度値の推定値となることを示し，これを利用して尺度構成を行った．そしてこの方法の特徴として，カテゴリーの心理尺度の構成と刺激の心理尺度値の推定が独立に行えることを示した．

またファジィ範疇法が心理尺度構成法として有効かつ妥当であることを検証するために，ファジィグラフ評定尺度法とファジィ範疇法から得られた心理尺度値の比較を行った．両手法から得られた心理尺度値の間には，高い一致度と強い線形性が認められた．さらにファジィ範疇法から得られた心理尺度値が間隔尺度の性質を有することと，比率尺度に準ずる尺度を構成していることを示した．これらの結果よりファジィ範疇法が心理尺度構成法として有効かつ妥当であることを明かにした．そして第3章のBetween集合が二つのカテゴリーの“ 間 ”を表すカテゴリーとして，有効に機能することも示した．

第6章では，カテゴリー尺度図から得られた心理尺度値の表現力を改善する方法と

して多重尺度図法を提案した．この多重尺度図法では，複数のカテゴリー尺度図から得られた心理尺度値を合成することによって，表現力の改善を行った．また，2本あるいは3本の尺度図から得られた心理尺度値をファジィ集合のmax演算とmin演算によって合成した結果から，表現力の改善度と被験者の負担を考慮すると，2本の尺度図の結果をmax 合成する方法が推奨されることが明らかになった．

表7-1　3種の心理尺度構成法の応用上の特徴：3種の心理尺度構成法を応用する際に重要な項目について評価した．多重尺度図法とファジィ範疇法の組み合せはファジィグラフ評定尺度法に比べて心理尺度値の表現力で劣るものの，他の作業への非妨害性，評価形式の日常性という点で優っている．

項目＼方法	カテゴリー尺度図＋系列範疇法	ファジィグラフ評定尺度法	多重尺度図法＋ファジィ範疇法
一回の評定から心理尺度値が得られる	×	◎	◎
評定者ごとに心理尺度値が求められる	×	◎	◎
得られた心理尺度値の表現力が大きい	△	◎	○
評定が他の作業の妨げとならない	○	△	○
日常的な判断に近い形で回答できる	○	△	○

多重尺度図法と従来法を実際の応用という観点から比較したものが**表7-1**である．従来法として，伝統的に利用されているカテゴリー尺度図と系列範疇法の組み合せと最近よく利用されているファジィグラフ評定尺度法を選んだ．評価項目として工学分野で主観評価を行う際に重要と考えられる表中にある5項目を採用した．まず系列範疇法以外の二法は，一回の評定から評定者ごとの心理尺度値を求めるのに適している．一方得られた心理尺度値の表現力という点では，多重尺度図法はカテゴリーを使用するために，ファジィグラフ評定尺度法に比べてやや劣ることは避けられない．しかしながら，例えば作業に関する評価を行っているとすると，ファジィグラフ評定尺度法は常にグラフ尺度図を用いて評定を記入する必要があるので，回答の際に評価対象である作業を中断することになる．これに対して多重尺度図法では，評定結果のカテゴリーを口頭で回答させるのなどの工夫を行うことによって，回答が作業に与える影響を軽減することができる．さらに多重尺度図法は言葉で表されたカテゴリーを用いているので，グラフ尺度などに比べて日常的な判断に近い形で回答できる．そのため評定判断に熟練していない者でも容易に行えるという利点がある．つまり多重尺度図法は，カテゴリー尺度図を用いることで得られる利点を活かすために心理尺度構成する方法を改良して，グラフ尺度図を用いた方法から得られる心理尺度値の表現力に近づけているといえる．

また多重尺度図法は，対象の全体集合が測定中一定である必要がないので，判断中の関係枠の変化を測定することも可能である．またあらかじめ心理尺度を構成しておけば実時間で評価から心理尺度値が得られるという特徴を用いると，言語によるシステムの制御や各個人の程度表現語の意味の違いを考慮した個人間での程度表現の翻訳にも利用できると考えられる．このことからもわかるように，多重尺度図法は単に評価の定量化に留まらずに，さまざまな用途への応用が可能である．

最後に本論文で扱われていない残された課題について触れる．もっとも重要な課題はメンバシップ関数の同定法である．現在は言語真理値のtype-2ファジィ集合の同

定にファジィグラフ評定尺度法を用いている．この方法はレベル集合を直接グラフ尺度図に記入させる方式である．しかしこれは範囲が明確でないレベル集合の境界を強制的に決定させることになるために，被験者に与える負担が大きいことや，あるいは変動が避けられないことなどの欠点をもっている．したがってこの方法に代る安定で回答しやすい同定法を見いだす必要がある．またそれとともに，現在は評定のたびに言語真理値の同定を行っているが，評定者個人用ごとに言語真理値のデータベースを構築することにより，評定時の負担が軽減されると考えられる．このためには，言語真理値の形状の安定性を明かにする必要がある[吉川 1992b].

またもう一つの課題は，日常的に用いられている言語による程度の表現の定量化に，本提案モデルがそのまま適用できるかということである．このためには言葉がカテゴリーとして使用されている場合と慣用的に使用されている場合の比較を行う必要がある．そしてその結果から両者の差異を明かにした上で，定量化に用いなければならない．これらの課題を明確にすることにより，最終目的である言語表現の定量化手法を与えることができると考える．

謝辞

本研究は，京都工芸繊維大学 工芸学部 西村 武 教授のご懇篤なご指導とご鞭撻のもとに，京都工芸繊維大学大学院 工芸科学研究科に在学中に行った研究を中心にまとめたものである．本稿を終えるにあたって，先生に深甚な謝意を表します．

また，本研究に関してご指導，ご教示をいただいた京都工芸繊維大学 工芸学部 田村 博 教授，笠原 正雄 教授，および三宮 信夫 教授に深謝いたします．

また，大学院の講義を通して，多くの有益なご助言，ご指導をいただきました工芸学部 秋田 宗平 教授，信愛女子短期大学 宮原 清水 講師，光華女子短期大学 竹村 和久 講師(現．筑波大学)，ならびに実験遂行に関してご助言，ご指導いただきました工芸学部森本一成教務職員に深く感謝いたします．

さらに，本研究の遂行にあたってご協力いただいた門脇 久 氏に深謝するとともに被験者として心理実験に参加していただいた方々ならびに，京都工芸繊維大学 工芸学部 電子情報工学科 西村研究室の諸兄に深く感謝いたします．

[参考文献]

有田清三郎(1991)：“ファジィ理論を用いた超音波画像による癌診断システムの開発”，日本ファジィ学会誌, 3, 527-539

浅居喜代治(1987)：ファジィシステム入門(第1章概説)，寺野寿郎，浅居喜代治，菅野道夫共編，オーム社

Dubois D. & Prade H.(1980):*Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications*, Academic Press

江澤義典，馬野元秀，井本博之(1990)：“ファジィ集合の言語近似　―シフト型ファジィ修飾語の検討―”，第6回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 331-334

江澤義典，馬野元秀(1991)：“日本語シフト型ヘッジによるファジィ集合の言語近似”，第7回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 351-354

ギルホードJ.P.(1959)，秋重義治監訳：精神測定法，培風館

Hersh H. M. & Caramazza A.(1976):“A Fuzzy Set Approach to Modifiers and Vagueness in Natural Language”, *Journal of Experimental Psychology: General*, 105, 254-276

Hesketh B., Pryor R., Gleitzman M. & Hesketh T.(1988a):“Practical applications and psychometric evaluation of a computerized fuzzy graphic rating scale”, In Zetenyi T.(Ed.), *Fuzzy sets in psychology*, North-Holland, 425-454

Hesketh T., Pryor R. & Hesketh B.(1988b):“An application of a computerized fuzzy graphic rating scale to the psychological measurement of individual differences”, *International Journal of Man-Machine Studies*, 29, 21-35

門脇久(1991)：評定判断に関する新モデルの提案と実験的検証，京都工芸繊維大学卒業研究報告書

柿崎祐一(1974)：知覚判断，培風館

Macvicar-Whelan P.J.(1978):“Fuzzy Sets, the Concept of Height, and the Hedge very”, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-8, 507-511

水本雅晴(1987)：“Fuzzy論理とFuzzy推論”，数理科学, No.284, 10-18

水本雅晴(1988a)：ファジィ理論とその応用，サイエンス社

水本雅晴(1988b)：“Fuzzy論理と近似的推論”，別冊数理科学ファジィ理論への道, 101-112

水本雅晴(1988c)：“最近のFuzzy理論”，別冊数理科学ファジィ理論への道,69-75

向殿政男(1990)：“ヒューマンコミュニケーションとファジィ処理”，電子通信学会技術報告[ヒューマンコミュニケーション], 90, No.16, HC90-6, 33-38

仁木直人(1991)：“確率の立場から見たファジィ理論”，日本ファジィ学会誌, 3,

639-655

西里静彦(1975)：応用心理尺度構成法，誠信書房

Osgood C. E., Suci G. J. & Tannenbaum P. H.(1978):*The measurement of meaning*, University of Illinois Press

坂和正敏(1989)：ファジィ理論の応用と基礎，森北出版

坂和正敏，矢野均(1989)：“ファジィ入出力データに対する多目的ファジィ線形回帰分析”，日本ファジィ学会誌, 1, 107-116

シュマッカーK.J.(1990)，鬼沢武久訳：ファジィ集合，啓学出版

菅野道夫(1987)：ファジィシステム入門(第2章ファジィ理論の基礎)，寺野寿郎，浅居喜代治，菅野道夫共編，オーム社

菅野道夫(1988)：ファジィ制御，日刊工業新聞社

菅野道夫(1989)：ファジィ理論の展開，サイエンス社

田中良久(1973)：心理学研究法16　尺度構成，東京大学出版会

竹村和久(1990)：“言語的確率表現用語の心理学的研究”，第6回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 335-338

竹村和久(1991)：“ファジィ評定を用いた態度測定　ー社会心理学への応用ー”，第1回ワークショップ新分野へのファジィ応用講演論文集, 20-21

竹内晴彦(1990)：“対象分布の違いによる言語的修飾の意味変容”，日本認知科学会第7回大会発表論文集, 50-51

竹内晴彦(1991a)：“ファジィ評定法による程度表現用語の意味計測”，計量国語学, 17, 365-376

竹内晴彦(1991b)：“ファジィ評定法による程度表現用語の認知特性計測”，第1回ワークショップ新分野へのファジィ応用講演論文集, 36-37

寺野寿郎監修(1981)：あいまい工学のすすめ，講談社

統計数値表編集委員会編(1977)：簡約統計数値表，日本規格協会

Turksen I.B.(1986):“Measurement of membership functions”, in Karwowski W. & Mital A.(ed.) *Applications of Fuzzy Set Theory in Human Factors*, Elsevier Science Publishers, 55-67

ウォルドロンR.A.(1990)：築島謙三訳，意味と意味の発展，法政大学出版局

Wallsten T.S., Budescu D.V., Rapoport A., Zwick R. & Forsyth B.(1986):“Measuring the Vague Meanings of Probability Terms”, *Journal of Experimental Psychology:General*, 115, 348-365

藪内稔(1988)：“ 自然カテゴリーの典型性・曖昧性 ”, *SUT Bulletin*, 1988年3月号, 17-20

山下利之，山下清美(1989)：“ ファジィ論理判断における情報の統合過程 ”，心理学評論, 32, 351-369

山下利之(1992)：ファジィ・サイコロジーのすすめ，ブレーン出版

安川隆広，菅野道夫(1991)：“ 言語モデリング ”，数理科学,No.333,52-58

吉川歩(1991a)：“ Between集合の性質について ”，第1回SOFT ANGLE研究発表会講演論文集, 66-67

吉川歩(1991b)：“ Between集合の性質に関する一考察 ”，第7回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 525-528

吉川歩(1992a)：“ Between集合の数学的性質 ”，日本ファジィ学会誌, 4, 150-159

吉川歩(1992b)：“ 言語真理値の形状の個人差と経時変化 ”，第2回SOFT ANGLE研究発表会講演論文集 , 41-42

吉川歩，西村武(1991a)：“ 評定判断過程の新モデルとその実験的検証 ”，日本ファジィ学会誌, 3, 366-371

吉川歩，西村武(1991b)：“ MUSCAT(多重尺度図法)による心理尺度の構成 ”，第7回ヒューマン・インタフェース・シンポジウム講演論文集,147-152

吉川歩，西村武(1992a)：“ ファジィ範疇法による主観情報の計測 ”，*Human Interface News and Report*, 7, 367-372

吉川歩，西村武(1992b)：“ ファジィ範疇法による心理尺度構成とその実験的検証 ”（投稿中）

吉川歩，門脇久，西村武(1990)：“ 評定判断における評価カテゴリーと言語的真理値の等価性の検証 ”，平成2年度日本人間工学会関西支部大会講演論文集, 21-26

Zadeh L.A.(1965):“Fuzzy sets”, *Information and Control*, 8, 338-353

Zadeh L.A.(1973):“Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes”, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics,* SMC-3, 28-44

Zadeh L.A.(1975a):“The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning -I”, *Information Science,* 8, 199-249

Zadeh L.A.(1975b):“The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning -II”, *Information Science*, 8, 301-357

Zwick R. & Wallsten T.S.(1989): “Combining Stochastic Uncertainty and Linguistic Inexactness: Theory and Experimental Evaluation of Fuzzy Probability Models”, *International Journal of Man-Machine Studies*, 30, 69-111

付録．Between集合の性質の数学的証明

【性質1-2】Between集合は凸集合である

［証明］ $x_1 < x_3 < x_2$とすると，凸集合の条件は次の関係が成立することである[Zadeh 1965].

$$\mu_{A\sim B}(x_3) \geq \mu_{A\sim B}(x_1) \wedge \mu_{A\sim B}(x_2) \tag{A-1}$$

$$\begin{aligned}\mu_{A\sim B}(x_1) \wedge \mu_{A\sim B}(x_2) &= \{\mu_{\leq A}(x_1) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_1)\} \wedge \{\mu_{\neg\leq A}(x_1) \oplus \mu_{\geq B}(x_1)\} \\ &\quad \wedge \{\mu_{\leq A}(x_2) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_2)\} \wedge \{\mu_{\neg\leq A}(x_2) \oplus \mu_{\geq B}(x_2)\} \\ &= \{\mu_{\leq A}(x_2) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_2)\} \wedge \{\mu_{\neg\leq A}(x_1) \oplus \mu_{\geq B}(x_1)\}\end{aligned} \tag{A-2}$$

$$\mu_{A\sim B}(x_3) = \{\mu_{\leq A}(x_3) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_3)\} \wedge \{\mu_{\neg\leq A}(x_3) \oplus \mu_{\geq B}(x_3)\} \tag{A-3}$$

A以下集合とB以上集合にはそれぞれ次の関係が成立する．

$$\mu_{\leq A}(x_1) \geq \mu_{\leq A}(x_3) \geq \mu_{\leq A}(x_2), \quad \mu_{\neg\leq A}(x_1) \leq \mu_{\neg\leq A}(x_3) \leq \mu_{\neg\leq A}(x_2)$$
$$\mu_{\geq B}(x_1) \leq \mu_{\geq B}(x_3) \leq \mu_{\geq B}(x_2), \quad \mu_{\neg\geq B}(x_1) \geq \mu_{\neg\geq B}(x_3) \geq \mu_{\neg\geq B}(x_2)$$

$$\mu_{\leq A}(x_3) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_3) \geq \mu_{\leq A}(x_2) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x_2) \tag{A-4}$$

$$\mu_{\neg\leq A}(x_3) \oplus \mu_{\geq B}(x_3) \geq \mu_{\neg\leq A}(x_1) \oplus \mu_{\geq B}(x_1) \tag{A-5}$$

が成立する．よって

$$\mu_{A\sim B}(x_3) \geq \mu_{A\sim B}(x_1) \wedge \mu_{A\sim B}(x_2) \tag{A-6}$$

□

【性質2】全体集合上の任意の要素はA以下，B以上あるいはBetween集合のいずれかに必ず0.5以上の所属度で属する

$$\mu_{\leq A}(x) \vee \mu_{A\sim B}(x) \vee \mu_{\geq B}(x) \geq 0.5 \tag{A-7}$$

［証明］

$$\begin{aligned}&\mu_{\leq A}(x) \vee \mu_{A\sim B}(x) \vee \mu_{\geq B}(x) \\ &= \mu_{\leq A}(x) \vee \Big\{ \{\mu_{\leq A}(x) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x)\} \wedge \{\mu_{\neg\leq A}(x) \oplus \mu_{\geq B}(x)\} \Big\} \vee \mu_{\geq B}(x) \\ &= \Big\{\mu_{\leq A}(x) \vee \{\mu_{\leq A}(x) \oplus \mu_{\neg\geq B}(x)\} \vee \mu_{\geq B}(x)\Big\} \wedge \Big\{\mu_{\leq A}(x) \vee \{\mu_{\neg\leq A}(x) \oplus \mu_{\geq B}(x)\} \vee \mu_{\geq B}(x)\Big\}\end{aligned} \tag{A-8}$$

と変形される．一方，

$$\mu_{\leq A}(x) \vee \mu_{\neg\leq A}(x) \geq 0.5, \quad \mu_{\leq B}(x) \vee \mu_{\neg\leq B}(x) \geq 0.5$$

は常に成り立ち[Dubois & Prade 1980]，これより

$$\mu_{\le A}(x) \vee \{\mu_{\le A}(x) \oplus \mu_{\neg \ge B}(x)\} \vee \mu_{\ge B}(x) = \{\mu_{\le A}(x) \oplus \mu_{\neg \ge B}(x)\} \vee \mu_{\ge B}(x) \ge 0.5 \qquad \text{(A-9)}$$

$$\mu_{\le A}(x) \vee \{\mu_{\neg \le A}(x) \oplus \mu_{\ge B}(x)\} \vee \mu_{\ge B}(x) = \mu_{\le A}(x) \vee \{\mu_{\neg \le A}(x) \oplus \mu_{\ge B}(x)\} \ge 0.5 \qquad \text{(A-10)}$$

よって

$$\mu_{\le A}(x) \vee \mu_{A \sim B}(x) \vee \mu_{\ge B}(x) \ge 0.5 \qquad \text{(A-11)}$$

□

【性質3】集合AとBの間にA≤Bという関係があるとき，Between集合はA ≤ A~B ≤ B-を満たす．つまりAとBの間にある

$$A_\alpha^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L},\ A_\alpha^{\ R} \le A{\sim}B_\alpha^{\ R} \le B_\alpha^{\ R} \quad \text{ただし} 0 < a \le 1 \qquad \text{(A-12)}$$

［証明］ $A_\alpha^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L}$の場合について示す． $A_\alpha^{\ R} \le A{\sim}B_\alpha^{\ R} \le B_\alpha^{\ R}$の場合も同様にできる．

・$A_\alpha^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L}$

$A_\alpha^{\ L} \le A_1^{\ L}$は常に成立する． $A_1^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L}$ならば$A_\alpha^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L}$は明かに成り立つ．$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le A_1^{\ L}$ならば$\mu_{\le A}(A{\sim}B_\alpha^{\ L}) = 1$となり，Between集合の定義から$A{\sim}B_\alpha^{\ L} = B_\alpha^{\ L}$．一方【条件2】より，$A_\alpha^{\ L} < B_\alpha^{\ L}$．ゆえに$A_\alpha^{\ L} \le A{\sim}B_\alpha^{\ L}$を満たす．

・$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L}$

$x_{A=B} < B_\alpha^{\ L}$の範囲では$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le x_{A=B}$より，$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L}$は常に成立する． $B_\alpha^{\ L} \le x_{A=B}$の範囲では$1 - \mu_A(B_\alpha^{\ L}) \ge 0$.

$$\begin{aligned} \mu_{A\sim B}(B_\alpha^{\ L}) &= 1 - \mu_A(B_\alpha^{\ L}) + \mu_B(B_\alpha^{\ L}) \\ &= 1 - \mu_A(B_\alpha^{\ L}) + \alpha \\ &\ge \alpha \end{aligned} \qquad \text{(A-13)}$$

A~Bは凸集合であるから$\mu_{A\sim B}(B_\alpha^{\ L}) \ge \alpha$ならば，$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L}$でなければならない．ゆえに$A{\sim}B_\alpha^{\ L} \le B_\alpha^{\ L}$を満たす．

□

【性質4】 1)AとBのBetween集合は，“ AかつB ”の集合と等しいかあるいはそれを含む

$$A \cap B \subseteq A{\sim}B \qquad \text{(A-14)}$$

［証明］

$$\mu_{\le A}(x) \wedge \mu_{\ge B}(x) \ge \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \tag{A-15}$$

より，A∩B$\subseteq$(≤A)∩(≥B)が成り立つ．また$\mu_{\neg\le A}(x)$，$\mu_{\neg\ge B}(x) \ge 0$より

$$\{\mu_{\le A}(x) \oplus \mu_{\neg\ge B}(x)\} \wedge \{\mu_{\neg\le A}(x) \oplus \mu_{\ge B}(x)\} \quad \ge \mu_{\le A}(x) \wedge \mu_{\ge B}(x) \tag{A-16}$$

となり，(≤A)∩(≥B)$\subseteq$A~Bが成立する．ゆえにA∩B$\subseteq$A~Bが成り立つ．

□

2)AとBのBetween集合はAまたはBを凸化した集合（“ AからB ”を表す集合）と等しいかあるいはそれに含まれる

$$\mathrm{A}\sim\mathrm{B} \subseteq Convex(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}) \tag{A-17}$$

［証明］ A~Bと$Convex$(A∪B)の所属度を次のように表す．

$$\mu_{Convex\,(A\cup B)}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & x \le A_1{}^L \\ 1 & A_1{}^L < x < B_1{}^R \\ \mu_B(x) & B_1{}^R \le x \end{cases} \tag{A-18}$$

$$\mu_{A\sim B}(x) = \begin{cases} \mu_B(x) & x \le A_1{}^L \\ 1 - \{\mu_A(x) - \mu_B(x)\} & A_1{}^L < x < x_{A=B} \\ 1 & x = x_{A=B} \\ 1 - \{\mu_B(x) - \mu_A(x)\} & x_{A=B} < x < B_1{}^R \\ \mu_A(x) & B_1{}^R \le x \end{cases} \tag{A-19}$$

$A_1{}^L < x < B_1{}^R$ で$\mu_{A\sim B}(x) \le \mu_{Convex(A\cup B)}(x)$ が成立するのは明か．$x \le A_1{}^L$ のときは$A_1{}^L < B_1{}^L$より，$\mu_B(x) \le \mu_A(x)$となり，成立する．また$B_1{}^R \le x$のときも$A_1{}^R < B_1{}^R$より，$\mu_A(x) \le \mu_B(x)$となり，成立する．ゆえにA~B$\subseteq$$Convex$(A∪B)が成り立つ．

□